

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

## FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO EXPERIMENTAL Y TEÓRICO DE LOS SISTEMAS <sup>6</sup>Li + <sup>58</sup>Ni Y <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni

# TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTORA EN CIENCIAS

P R E S E N T A:

ARACELI GARCIA FLORES

BAJO LA DIRECCIÓN DE:

DR. ELI FRANCISCO AGUILERA REYES DRA. TATYANA BELYAEVA LEONIDOVNA



El Cerrillo Piedras Blancas, Toluca, México; marzo de 2017

# Índice general

Ag	Agradecimientos			11
Re	esume	en		12
1.	Intro	oducció	n	14
	1.1.	Propie	dades físicas de los núcleos ${}^6$ Li y ${}^{10}$ C $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	15
	1.2.	Antece	edentes	17
2.	Mar	co Teó	rico	19
	2.1.	Reacci	ones Nucleares	19
		2.1.1.	Q de la reacción	20
		2.1.2.	Clasificación de las reacciones nucleares	20
			2.1.2.1. Reacciones de núcleo compuesto	21
			2.1.2.2. Reacciones directas	21
		2.1.3.	Barrera Coulombiana	22
		2.1.4.	Sección eficaz de la reacción	22
	2.2.	Proces	os de dispersión	24
		2.2.1.	Dispersión clásica	25
			2.2.1.1. Dispersión de Rutherford	26

		2.2.2.	Dispersión cuántica	į
			2.2.2.1. Desarrollo en ondas parciales	1
			2.2.2.2. Condiciones de frontera	į
			2.2.2.3. Amplitudes de dispersión	
	2.3.	Mode	lo Óptico	ì
		2.3.1.	Potencial de Woods-Saxon	:
		2.3.2.	Potencial de São Paulo	:
	2.4.	Canale	s acoplados de reacción (CRC) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 35$	,
	2.5.	Canale	s acoplados con el continuo discretizado (CDCC) $35$	,
	2.6.	Código	o de computo FRESCO	į
	2.7.	Distrib	ución de la barrera	i
		2.7.1.	Función de excitación de fusión y distribución de la barrera $37$	
		2.7.2.	Modelos de penetración de barrera unidimensional	,
			2.7.2.1. Modelo clásico de penetración de barrera unidimensional . 39	1
			2.7.2.2. Método de Hill-Wheeler	1
			2.7.2.3. Modelo de Wong	J
3.	Met	odologi	ía Experimental 42	
	3.1.	Sistem	a dual superconductor TwinSol	,
		3.1.1.	Diseño	;
		3.1.2.	Modos de operación	:
	3.2.	Proced	limiento experimental	,
		3.2.1.	Sistema <sup>6</sup> Li + <sup>58</sup> Ni $\ldots$ 45	,
			3.2.1.1. Imagen del haz secundario de ${}^{6}$ Li	í
		3.2.2.	Sistema ${}^{10}$ C + ${}^{58}$ Ni	,

		3.2.3.	Imagen del haz secundario de $^{10}$ C $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	49
		3.2.4.	Energía efectiva de la reacción	49
		3.2.5.	Técnicas de detección	50
	3.3.	Proced	limiento teórico	51
	3.4.	Análisi	s de datos experimentales	51
		3.4.1.	Barrido de Datos	52
		3.4.2.	Visualización de histogramas y marcado de eventos	52
	3.5.	Cálculo	o de la sección experimental	52
		3.5.1.	Número de átomos en el blanco, N $_b$	53
		3.5.2.	Número de proyectiles en el haz, $N_p$	54
		3.5.3.	Ángulo sólido, $\Omega$	55
	3.6.	Mapeo	de $\sigma_p  o \sigma_{fus}$	57
			- •	
4.	Resu	ultados	y Discusión	58
4.	<b>Res</b> u 4.1.	<b>iltados</b> Funció	<b>y Discusión</b> n de excitación de fusión del sistema ${}^6$ Li $+$ ${}^{58}$ Ni $\ldots$	<b>58</b> 58
4.	<b>Resu</b> 4.1. 4.2.	<b>iltados</b> Funció Análisi	<b>y Discusión</b> n de excitación de fusión del sistema ${}^{6}$ Li + ${}^{58}$ Ni	<b>58</b> 58 62
4.	<b>Resu</b> 4.1. 4.2. 4.3.	<b>iltados</b> Funció Análisi Posible	<b>y Discusión</b> n de excitación de fusión del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$	<b>58</b> 58 62 63
4.	<b>Resu</b> 4.1. 4.2. 4.3. 4.4.	<b>Iltados</b> Funció Análisi Posible Posible	<b>y Discusión</b> n de excitación de fusión del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni \dots \dots \dots \dots$ s de fusión incompleta (ICF) $\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$ e fusión incompleta (ICF) ${}^{4}He + {}^{58}Ni \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$ e fusión incompleta (ICF) ${}^{2}H + {}^{58}Ni \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	<b>58</b> 58 62 63 65
4.	<b>Resu</b> 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5.	Iltados Funció Análisi Posible Posible Cálcule	<b>y Discusión</b> n de excitación de fusión del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$	<b>58</b> 58 62 63 65 67
4.	Resu 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5.	Iltados Funció Análisi Posible Cálculo 4.5.1.	<b>y Discusión</b> n de excitación de fusión del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$	<ul> <li>58</li> <li>58</li> <li>62</li> <li>63</li> <li>65</li> <li>67</li> <li>67</li> </ul>
4.	Resu 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5.	Iltados Funció Análisi Posible Cálculo 4.5.1. 4.5.2.	<b>y Discusión</b> n de excitación de fusión del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ s de fusión incompleta (ICF) e fusión incompleta (ICF) ${}^{4}He + {}^{58}Ni$ e fusión incompleta (ICF) ${}^{2}H + {}^{58}Ni$ bs teóricos para el sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ Cálculos de Canales Acoplados (CC) para el sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ Cálculos de Canales Acoplados con el Continuo Discretizado (CDCC) para ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$	<ul> <li>58</li> <li>58</li> <li>62</li> <li>63</li> <li>65</li> <li>67</li> <li>67</li> <li>68</li> </ul>
4.	<b>Resu</b> 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5.	Iltados Funció Análisi Posible Cálculo 4.5.1. 4.5.2. Resulta	<b>y Discusión</b> n de excitación de fusión del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$	<ul> <li>58</li> <li>58</li> <li>62</li> <li>63</li> <li>65</li> <li>67</li> <li>67</li> <li>68</li> <li>70</li> </ul>
4.	<b>Resu</b> 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5.	Iltados Funció Análisi Posible Cálcule 4.5.1. 4.5.2. Resulta 4.6.1.	<b>y Discusión</b> In de excitación de fusión del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ Is de fusión incompleta (ICF)	<ul> <li>58</li> <li>58</li> <li>62</li> <li>63</li> <li>65</li> <li>67</li> <li>67</li> <li>68</li> <li>70</li> <li>71</li> </ul>

	4.7. Cálculos teóricos de dispersión elástica del sistema ${ m ^{10}C}$ + ${ m ^{58}Ni}$	. 74
5.	Conclusiones	77
Α.	. Publicaciones	78
Bi	ibliografía	79

# Índice de tablas

1.1.	Principales canales de reacción del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ y los valores Q de cada uno de ellos.	16
1.2.	Principales canales de reacción del sistema $^{10}$ C $+$ $^{58}$ Ni y los valores Q de cada uno de ellos	17
3.1.	Características del blanco secundario y posiciones de los telescopios, depen- diendo de la etapa del experimento sistema ${}^{6}$ Li + ${}^{58}$ Ni	46
3.2.	Características de los arreglos experimentales Estancias I y II del sistema $^{10}$ C $+ \ ^{58}$ Ni	49
3.3.	Datos para determinar el ángulo sólido de los telescopios y monitores para cada etapa del experimento ${}^{6}$ Li + ${}^{58}$ Ni.	56
3.4.	Datos para determinar el ángulo sólido de los telescopios y monitores para cada etapa experimental del sistema $^{10}{\rm C}$ + $^{58}{\rm Ni}$ para E = 30.04 MeV	57
4.1.	Multiplicidades de protones para el sistema ${}^{6}Li+{}^{58}Ni$ , los resultados se obtuvieron con tres códigos de evaporación de partículas	61
4.2.	Energía efectiva de fusión del <sup>6</sup> Li empleada para calcular la correspondiente energía del fragmento de rompimiento <sup>4</sup> He. Valores de Mp de cada sistema ( <sup>6</sup> Li + <sup>58</sup> Ni y <sup>4</sup> He + <sup>58</sup> Ni) y la razón r(E)	64
4.3.	Energía efectiva de fusión del <sup>6</sup> Li empleada para calcular la correspondiente energía del fragmento de rompimiento <sup>2</sup> H. Valores de Mp de cada sistema ( <sup>6</sup> Li+ <sup>58</sup> Ni y <sup>2</sup> H+ <sup>58</sup> Ni) y la razón r(E)	66

4.4.	Parámetros de los potenciales ópticos para los canales involucrados en el cálculo CDCC del sistema ${}^{6}$ Li + ${}^{58}$ Ni, para Elab = 14.0 MeV	69
4.5.	Número estimado de protones que se pueden detectar (considerando que se usara un colimador de 18 mm, auna ditancia de 17.5 cm al centro del blanco), a una corriente de 100 nA para el haz primario de ${}^{10}B^{5+}$ y un blanco de 0.725 mg/cm <sup>2</sup> de ${}^{58}$ Ni.	72
4.6.	Sección eficaz de dispersión elástica, para el sistema $^{10}{ m C}$ + $^{197}{ m Au.}$	72
4.7.	Sección eficaz de dispersión elástica, para el sistema $^{10}$ C $+$ $^{58}$ Ni	73

# Índice de figuras

1.1.	a) Esquema de niveles experimental para <sup>6</sup> Li. b) Configuración del modelo de capas para el estado fundamental de <sup>6</sup> Li. c) Modelo de "clusters" para <sup>6</sup> Li, con momento angular relativo L	16
1.2.	a). Esquema de niveles para <sup>10</sup> C. b) Ejemplo de un sistema Súper Borro- meano o Bruniano de 4 <sup>to</sup> orden. c) Configuración del modelo de capas para el estado fundamental de <sup>10</sup> C.	17
2.1.	Geometría de la sección eficaz diferencial: un haz de partículas está incidien- do a lo largo del eje z y colisiona con un blanco estacionario en el origen; la sección eficaz diferencial es proporcional a la razón de partículas que son dispersadas en un ángulo sólido $d\Omega$ en la dirección $(\theta, \phi)$	23
2.2.	Partículas incidiendo en una área $d\sigma$	25
2.3.	Coordenadas para describir la dispersión de Rutherford de una partícula cargada en un blanco T con carga del mismo signo	27
2.4.	Representación esquemática del potencial unidimensional. $R_l$ indica la posición del máximo de la barrera $V_l$	39
3.1.	Esquema de la instalaciń TwinSol	44
3.2.	Modos de operación de la instalación TwinSol	45
3.3.	Vista superior de la cámara secundaria, arreglo experimental correspondiente al sistema ${}^{6}$ Li + ${}^{58}$ Ni	46
3.4.	Composición del haz secundario.	47

3.5.	Vista superior de la cámara secundaria, arreglo experimental correspondiente al sistema ${}^{10}$ C + ${}^{58}$ Ni.	48
3.6.	Blancos de ${}^{58}$ Ni enriquecido y ${}^{197}$ Au, montados cada uno sobre una lámina de ${}^{27}$ Al. Arreglo experimental correspondiente al experimento ${}^{10}$ C+ ${}^{58}$ Ni.	48
3.7.	Composición del haz secundario	49
4.1.	Valores del parámetro de densidad de niveles a, obtenidos a partir del análisis de 265 núcleos. La línea recta corresponde a $a = A/7.5$ y es una aproximación promedio que satisface la región 70 < A < 90	59
4.2.	Parámetro de densidad de niveles a en función de la masa atómica para la región $60 < A < 70$ . La línea recta con a = $A/9.16$ es una aproximación promedio de esta región de A, con límite superior (inferior) dado por a = $A/8.78$ (a = $A/9.57$ ), respectivamente.	60
4.3.	Función de excitación de fusión obtenida para ${}^{6}Li + {}^{58}Ni y$ la respectiva sección eficaz total de la reacción. La curva discontinua (negro) representa el cálculo de la Sección eficaz de fusión, que se obtuvo al usar los parámetros de la barrera del sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ en la fórmula de Wong. La curva sólida corresponde al cálculo del modelo óptico(OM) con SPOMC. La curva discontinua(rojo)se obtuvo mediante el cálculo de Canales Acoplados (CC) para este mismo sistema.	62
4.4.	Razón r (E) de las multiplicidades protónicas Mp, del fragmento de rompi- miento <sup>4</sup> He y del <sup>6</sup> Li, en función de la energía	64
4.5.	Sección eficaz de fusión experimental, sección eficaz total de la reacción, reportada en [6] y secciones eficaces de fusión total para diferentes valores posibles de $\eta$ .	65
4.6.	Razón r (E) de las multiplicidades protónicas Mp, del fragmento de rompi- miento <sup>2</sup> He y del <sup>6</sup> Li, en función de la energía	66
4.7.	Sección eficaz de fusión experimental, sección eficaz total de la reacción, reportada en [6] y secciones eficaces de fusión total para diferentes valores posibles de $\eta$ .	67
4.8.	Distribuciones angulares de dispersión elástica de $^6Li$ + $^{58}$ Ni, sin (líneas continuas) y con (líneas discontinuas) acoplamiento a canales inelásticos.	68

4.9.	Predicciones CDCC (curvas) de las distribuciones angulares de dispersión elástica para el sistema ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ , considerando tanto el mecanismo elástico como el de rompimiento, en comparación con los datos experimentales	
	reportados por [6]	69
4.10.	. Secciones eficaces de fusión y reacción experimentales (símbolos) del sistema $^{6}$ Li $+$ $^{58}$ Ni y los valores teóricos (líneas) calculados con el código FRESCO	70
4.11.	. Protones evaporados y protones elásticos producidos a $ heta$ $\sim 135^{\circ}$ , por los diferentes haces contaminantes, incidiendo sobre un blanco de $^{58}$ Ni	71
4.12.	. Sección eficaz elástica del sistema $^{10}$ C $+$ $^{197}$ Au para E $=$ 30.04 MeV. $$ . $$ .	73
4.13.	. Sección eficaz elástica del sistema $^{10}C$ $+$ $^{58}$ Ni. La curva corresponde al cálculo de dispersión elástica que se realizó con el programa Rutherford	74
4.14.	. Sección eficaz elástica normalizada a la sección eficaz de Rutherford del sistema $^{10}$ C + $^{58}$ Ni. La curva se obtuvo con el código SPOMC.	75
4.15.	. Distribuciones angulares de dispersión elástica para $^{10}C$ + $^{58}$ Ni. (puntos): usando el código fresco; (líneas continuas): usando el código SPOMC	76
4.16.	. Distribuciones angulares de dispersión elástica de ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ , sin (puntos) y con (líneas continuas) acoplamiento a canales inelésticos.	76

# Resumen

El objetivo general del proyecto de tesis es estudiar los posibles efectos de la débil ligadura del proyectil en sus interacciones con un blanco de masa media, para energías cercanas a la barrera coulombiana. Como consecuencia de la débil ligadura, usualmente estos proyectiles presentan secciones eficaces altas para interacciones directas a energías cercanas o por abajo de la barrera coulombiana, lo cual puede también tener un efecto importante sobre el canal de fusión.

Por tal motivo se presenta el análisis del experimento de fusión para el sistema  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$  a energías cercanas a la barrera coulombiana y se análiza la factibilidad de realizar el experimento de fusión para el sistema  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ . Adicionalmente se muestra el análisis teórico correspondiente para la interpretación de los resultados experimentales.

Esta tesis se desarrolla en cinco capítulos:

El primer capítulo consiste en una introducción en la que se establecen las características de los proyectiles que se emplearon en las reacciones nucleares, así como también se describen los antecedentes.

En el Capítulo II se incluyen algunos aspectos teóricos sobre reacciones nucleares. También se describe la teoría de dispersión y el modelo óptico, el cual se usa para simplificar el problema de la dispersión.

En el Capítulo III se describen los detalles de los arreglos experimentales, la instalación TwinSol y la técnicas que se emplearon para obtener los datos experimentales.

En el Capítulo IV se incluye el análisis experimental y teórico de los sistemas  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$  y  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ . Se presentan los resultados obtenidos y su respectiva discusión.

En el Capítulo V se presentan las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos.

# Capítulo 1

# Introducción

En la actualidad, debido a los avances en la tecnología, es posible disponer de instalaciones especiales donde se pueden producir isótopos con una vida media muy corta para desarrollar haces radiactivos. Esto permite contar con las herramientas necesarias para estudiar núcleos exóticos y así enriquecer los conocimientos que se tienen acerca de la estructura de la materia y sobre cómo ésta ha evolucionado en el Universo. Algunos de estos isótopos, que merecen el calificativo de exóticos, consisten de un carozo (core) compacto de densidad relativamente normal y una nube de materia nuclear diluida llamada halo [1, 2]. Un núcleo halo se puede visualizar como un carozo y uno o dos nucleones de valencia orbitando alrededor de este carozo. El carozo está compuesto por nucleones que usualmente están fuertemente ligados entre sí, mientras que los nucleones de valencia están débilmente ligados al carozo, alcanzando en este caso distancias relativamente grandes. Existen dos clases principales de núcleos-halo: núcleos halo con un nucleón de valencia como es el caso del halo-neutrónico <sup>11</sup>Be y el <sup>19</sup>C, o bien, el halo-protónico como es el caso del <sup>8</sup>B; y también están los núcleos halo con dos nucleones de valencia como es el caso del <sup>14</sup>Be.

Recientemente se ha dedicado mucho esfuerzo, tanto experimental como teórico, a la tarea de investigar las propiedades de las interacciones con proyectiles débilmente ligados[3, 4, 5]. Estos proyectiles, que pueden ser estables o radioactivos, presentan frecuentemente una estructura de cúmulos predominante, con efectos importantes en las respectivas interacciones. Dentro de los núcleos estables con esta característica se puede mencionar, por ejemplo, el <sup>6</sup>Li, cuya estructura de cúmulos predominante es  $\alpha$ d, con una energía de separación de S = 1.47 MeV. Otros núcleos estables débilmente ligados son <sup>7</sup>Li ( $\alpha$ t, S = 2.46 MeV) y <sup>9</sup>Be ( $2\alpha$ n, S = 1.57 MeV), mientras que dentro de los núcleos radiactivos destacan el <sup>6</sup>He ( $\alpha$ 2n,

S = 0.98 MeV) y el  ${}^{8}$ B ( ${}^{7}$ Be + p, S = 0.14 MeV), el primero por tener un halo neutrónico y el segundo por tener un halo protónico. Se han realizado innumerables mediciones con haces radiactivos que tienen un exceso de neutrones [3, 4, 5], pero son pocos los sistemas con exceso de protones que han sido estudiados [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. De estos trabajos recientes se desprende un gran interés por el estudio de otros núcleos que se encuentran cerca de la línea de goteo protónico [13], como es el caso del  ${}^{10}$ C, que tiene un exceso de protones. Hasta el momento actual, las reacciones con  ${}^{10}$ C no han sido estudiadas debido a la dificultad para producir este haz radiactivo. En vista de que el grupo del ININ ha participado recientemente en el desarrollo de este nuevo haz radiactivo, dentro del presente proyecto doctoral se ha considerando la posibilidad de realizar mediciones de fusión para el sistema  ${}^{10}$ C +  ${}^{58}$ Ni.

## 1.1. Propiedades físicas de los núcleos <sup>6</sup>Li y <sup>10</sup>C

Para núcleos estables, en el estado base la distribución de densidad de protones y neutrones tiene comportamientos similares. En primera aproximación la densidad de neutrones puede ser considerada como proporcional a la densidad de protones en la razón N/Z. La densidad de protones puede obtenerse de la distribución de carga medida experimentalemente a través de la dispersión de electrones [14]. Wheeler [15], propuso que en ciertos casos los nucleones en el núcleo podrían agruparse en cúmulos, o "clusters". La probabilidad de formación de un "cluster" depende fuertemente de su energía de ligadura: mientras mayor es esta cantidad, más probable es la formación de dicho "cluster".

El <sup>6</sup>Li es un núcleo estable débilmente ligado, el umbral de "breakup"  $\alpha$  + d es de 1.474 MeV. El esquema de niveles determinado experimentalmente se presenta en la Fig. 1.1. En el modelo de nucleones independientes, el acoplamiento del spin del protón desapareado  $p_{3/2}$  y el neutrón respectivo deviene en el estado fundamental J<sup> $\pi$ </sup> = 1<sup>+</sup> y el estado excitado J<sup> $\pi$ </sup> = 3<sup>+</sup> a 2.186 MeV. El modelo de "clusters" equivalente  $\alpha$  + d se muestra en la Fig. 1.1. Dado que el grupo  $\alpha$  posee un estado fundamental J<sup> $\pi$ </sup> = 0<sup>+</sup> y el deuterio J<sup> $\pi$ </sup> = 1<sup>+</sup>, la paridad positiva de los estados de <sup>6</sup>Li implica necesariamente el acoplamiento de "clusters" con momento angular par (L=0, 2, 4,..). Existen otros modelos de "clusters" de <sup>6</sup>Li que incluyen los tres cuerpos  $\alpha$ -n-p [16, 17]. En este caso los niveles energéticos exhiben un estado excitado con una energía superior aunque cercana a la de umbral de quiebre. Mediante el modelo de "clusters", estos estados cuasi-ligados pueden ser vistos como estados resonantes de los "clusters" en su propio potencial de interacción, y son interpretados como resonancias en mediciones de secciones eficaces nucleares.



Fig. 1.1: a) Esquema de niveles experimental para <sup>6</sup>Li. b) Configuración del modelo de capas para el estado fundamental de <sup>6</sup>Li. c) Modelo de "clusters" para <sup>6</sup>Li, con momento angular relativo L.

Dado que el <sup>6</sup>Li resulta mucho más sencillo de producir en los aceleradores de partículas y ofrece al mismo tiempo características similares (como agrupamiento o "clustering" nuclear y bajo umbral de fragmentación), su estudio presenta una gran ventaja a fin de entender y predecir el comportamiento de núcleos exóticos, mucho menos accesibles. En la Tabla 1.1 se presentan los principales canales de reacción del sistema <sup>6</sup>Li + <sup>58</sup>Ni.

Tabla 1.1: Principales canales de reacción del sistem<br/>a $^{6}\mathrm{Li}$  +  $^{58}\mathrm{Ni}$ y los valores Q de cada uno de <br/>ellos.

Reacción	Q[MeV]	Proceso
$^{6}\text{Li}+^{58}\text{Ni} \rightarrow ^{58}\text{Ni} + ^{6}\text{Li}$	0	Dispersión elástica
$^{6}\text{Li}+^{58}\text{Ni} \rightarrow {}^{64}\text{Ga}$	12.6915	Fusión
$^{6}\mathrm{Li}+^{58}\mathrm{Ni} \rightarrow {}^{59}\mathrm{Ni} + {}^{5}\mathrm{Li}$	3.336	Transferencia de 1 neutrón
${}^{6}\mathrm{Li}{+}^{58}\mathrm{Ni} \rightarrow {}^{58}\mathrm{Ni} + {}^{4}\mathrm{He} + {}^{2}\mathrm{H}$	-1.4738	rompimiento del proyectil
$^{6}\text{Li}+^{58}\text{Ni} \rightarrow ^{58}\text{Ni} + ^{4}\text{He} + ^{1}\text{H} + 1\text{n}$	-3.6983	rompimiento del proyectil

El <sup>10</sup>C es un núcleo inestable con una vida media  $\tau_{1/2} = 19.30$  s. En el modelo de nucleones independientes, el acoplamiento de los nucleones deviene en el estado fundamental J<sup> $\pi$ </sup> = 0<sup>+</sup> y tiene un solo estado excitado ligado J<sup> $\pi$ </sup> = 2<sup>+</sup>, a 3.354 MeV. Este núcleo se desliga a 4.006 MeV, un punto en el cual se puede desintegrar vía <sup>9</sup>B + p. El <sup>10</sup>C es supuestamente el único núcleo que tiene una estructura Brunniana de cuarto orden (súper - borromeana). Esta es una estructura de cuatro anillos interconectados, asociada a fuerzas de cuatro cuerpos (2 $\alpha$  + 2p) [18], de tal manera que al separar uno cualquiera de ellos, los otros

tres no pueden permanecer ligados, en la Fig. 1.2 se puede ver el diagrama de niveles y la configuración del modelo de capas para <sup>10</sup>C, así como una ilustración general de un sistema Súper Borromeano o Bruniano de 4<sup>to</sup> orden. La energía de separación del protón es Sp = 4.01 MeV. En la Tabla 1.2 se presentan los principales canales de reacción del sistema <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni.



Fig. 1.2: a). Esquema de niveles para <sup>10</sup>C. b) Ejemplo de un sistema Súper Borromeano o Bruniano de  $4^{to}$  orden. c) Configuración del modelo de capas para el estado fundamental de <sup>10</sup>C.

Tabla 1.2: Principales canales de reacción del sistem<br/>a $^{10}\mathrm{C}$  +  $^{58}\mathrm{Ni}$ y los valores Q de cada uno de ellos.

Reacción	Q[MeV]	Proceso
$^{10}\text{C} + ^{58}\text{Ni} \rightarrow ^{58}\text{Ni} + ^{10}\text{C}$	0	Dispersión elástica
$^{10}\mathrm{C}+^{58}\mathrm{Ni} \rightarrow {}^{68}\mathrm{Se}$	9.66	Fusión
${}^{10}\text{C} + {}^{58}\text{Ni} \rightarrow {}^{58}\text{Ni} + {}^{8}\text{Be} + {}^{1}\text{H} + {}^{1}\text{H}$	-3.8209	rompimiento del proyectil
$^{10}\text{C}+^{58}\text{Ni} \rightarrow {}^{58}\text{Ni} + {}^{9}\text{B} + {}^{1}\text{H}$	-4.0067	rompimiento del proyectil
$^{10}\mathrm{C}+^{58}\mathrm{Ni} \rightarrow ^{58}\mathrm{Ni} + {}^{6}\mathrm{Be} + {}^{4}\mathrm{He}$	-5.1012	rompimiento del proyectil

### **1.2.** Antecedentes

En los años 2003, 2004, 2008 y 2010 el Grupo de lones Pesados del ININ realizó estancias de investigación en la Universidad de Notre Dame. En dichas estancias se usó la instalación

TwinSol,para medir las distribuciones angulares de los productos de evaporación, específicamente protones, con el objetivo de determinar las secciones eficaces de fusión( $\sigma_{fus}$ ) del sistema <sup>8</sup>B+<sup>58</sup>Ni. El haz <sup>8</sup>B se obtuvo de la reacción <sup>3</sup>He(<sup>6</sup>Li,<sup>8</sup>B)n y por consecuencia el haz secundario estaba contaminado con varios proyectiles que tenían la misma rígidez magnética, principalmente <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Be, de tal manera que se consideró importante el análisis de los sistemas adicionales (es decir de los proyectiles <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Be con el blanco).

Para el sistema  ${}^{8}B+{}^{58}Ni$ , se publicaron los resultados de la función de excitación de fusión [8], en un intervalo de energía de 18.9 a 25.6 MeV, esto es alrededor de la barrera de Coulomb (20.8 MeV). Para el sistema  ${}^{7}Be+{}^{58}Ni$  se midió la evaporación de protones a seis diferentes energías y se obtuvieron los resultados de la función de excitación de fusión, alrededor de la barrera Coulombiana [19]. En cuanto al sistema  ${}^{6}Li+{}^{58}Ni$  se publicaron las distribuciones angulares de dispersión elástica[6]. En el presente proyecto doctoral se presentan los respectivos resultados de la función de fusión a energías alrededor de la barrera coulombiana, se adicionan además cálculos de canales acoplados considerando los estados vibracionales del  ${}^{58}Ni$  y finalmente los cálculos de rompimiento ("break up").

Por otro lado el interés que se tiene por analizar la factibilidad de llevar a cabo el experimento de fusión para el sistema <sup>10</sup>C+<sup>58</sup>Ni, resulta entre otras cosas de los estudios recientes que se han publicado sobre el sistema <sup>8</sup>B+<sup>58</sup>Ni [8, 10, 11, 12, 13], en donde se muestra un notable acrecentamiento en las sección eficaz de fusión, con respecto a lo que se predice por un potencial desnudo BPM. No se conoce un mecanismo que pueda explicar el acrecentamiento de la fusión a energías por encima de la barrera. De hecho, estos datos difieren del comportamiento sistemático que se ha observado para muchos sistemas débilmente ligados, incluyendo los sistemas con halo neutrónico, que se han medido hasta ahora. La sistemática [20, 21, 22] muestra que, con respecto a una referencia estándar apropiada, la fusión completa (CF) de núcleos estables débilmente ligados suele suprimirse a energías por encima de la barrera y tiende a acrecentarse por debajo de la barrera, mientras que la fusión total (TF) para los mismos sistemas coincide con dicha referencia a energías por encima de la barrera. En cuanto a los sistemas con halo neutrónico, la sección eficaz de fusión total medida con diferentes blancos parecen indicar una supresión por encima de la barrera y un acrecentamiento a energías sub-barrera. Por lo tanto es importante buscar un mecanismo que pueda explicar el acrecentamiento por encima de la barrera en el sistema con halo protónico. Es por eso que desde el punto de vista experimental, es interesante analizar datos de otros sistemas ricos en protones (tal es el caso de  $^{10}$ C) que posiblemente podrían arrojar algo de luz sobre este tema.

# Capítulo 2

# Marco Teórico

En el presente capítulo se desarrolla la teoría relacionada con las reacciones nucleares involucradas en este trabajo de tesis.

## 2.1. Reacciones Nucleares

Una reacción nuclear puede definirse como una colisión entre dos núcleos que produce un cambio en la composición nuclear y/o el estado de energía de los núcleos interactuantes, es posible que los productos finales sean diferentes a los iniciales. Para que se lleve a cabo una reacción, las partículas interactuantes necesitan aproximarse a distancias de dimension nuclear  $(10^{-15}m)$ . Actualmente en la mayoría de los países del mundo se cuenta con instalaciones que permiten producir reacciones nucleares utilizando aceleradores de partículas, reactores nucleares y fuentes radiactivas.

De acuerdo al tipo de reacción nuclear que se induce es posible estudiar las fuerzas nucleares, sintetizar nuevos núcleos, determinar el tamaño y forma nuclear, entre otros aspectos. De manera típica se puede escribir una reacción nuclear como:

$$a + X \to Y + b \tag{2.1}$$

Donde a representa el proyectil incidente en el blanco X (que en general se encuentra estático en el sistema de laboratorio), Y y b son los productos de reacción. La ecuación 2.1 también se puede escribir como X(a, b)Y. A la combinación del proyectil a con el blanco X

se le denomima canal de entrada y a la de b+Y se le llama canal de salida, genéricamente llamados canales de reacción.

#### 2.1.1. Q de la reacción

El valor Q de la reacción, es la cantidad de energía necesaria para que se lleve a cabo la reacción. Si se conoce los valores de las masas isotópicas del proyectil, blanco y los núcleos residuales es posible calcular la energía requerida o liberada durante la reacción nuclear. Esta energía está dada por la siguiente relación:

$$Q = (m_{inicial} - m_{final})c^2 = (m_X + m_a - m_Y - m_b)c^2),$$
(2.2)

la cual es lo mismo que el exceso de energía cinética de los productos finales

$$Q = T_{final} - T_{inicial} = T_Y + T_b - T_X - T_a \tag{2.3}$$

El valor de Q puede ser positivo, negativo o cero. Una reacción que tiene un valor positivo de Q es exotérmica; en este caso la masa nuclear o la energía de enlace es liberada como energía cinética de los productos finales. Una reacción con un valor negativo de Q es endotérmica y la energía cinética inicial es convertida en masa nuclear o energía de ligadura. Una reacción endotérmica tiene lugar solo si la energía del proyectil excede a la energía umbral.

$$E_{th} = Q\left(\frac{m_X + m_a}{m_X}\right) \tag{2.4}$$

#### 2.1.2. Clasificación de las reacciones nucleares

Existen diversas formas de clasificar las reacciones nucleares de acuerdo con el canal de salida, con las energías de colisión a las que tienen lugar, con el tamaño del proyectil, con los observables accesibles a la medida, con el tipo de interacción que media en la producción, o con el tiempo de interacción. Otro tipo de clasificación es dependiendo del intervalo de tiempo y energía para que se lleve a cabo la reacción nuclear. A continuación se describen brevemente las reacciones de núcleo compuesto y reacciones directas, que corresponden a esta clasificación.

#### 2.1.2.1. Reacciones de núcleo compuesto

Una reacción de núcleo compuesto se puede definir como un proceso de dos etapas,que basicámente consiste en la formación de un núcleo intermedio de vida relativamente larga y su subsecuente decaimiento. En la primer etapa, el proyectil se fusiona con el blanco, perdiendo toda su energía para formar un núcleo inestable altamente excitado, llamado núcleo compuesto. Esta etapa de formación del núcleo compuesto se produce en un tiempo aproximado al tiempo que le lleva al proyectil desplazarse a través del diámetro del núcleo del blanco, esto es,  $\Delta t \sim R/c \sim 10^{-21}$ s. La vida promedio de un núcleo compuesto es típicamente de  $10^{-19}$ - $10^{-15}$  segundos. Finalmente en la segunda etapa, este núcleo puede decaer mediante la evaporación de partículas, emisión de rayos gamma e incluso fisionarse.

#### 2.1.2.2. Reacciones directas

En las reacciones directas el proyectil interacciona primordialmente con algunos nucleones de la superficie del núcleo del blanco; por este motivo, este tipo de reacciones también se conocen como reacciones periféricas. La probabilidad de producir reacciones directas aumenta conforme se incrementa la energía del proyectil. El tiempo en que ocurren este tipo de reacciones nucleares es relativamente corto, aproximadamente de  $10^{-22}$  segundos. Existen tres tipos de reacciones directas.

Dispersión inelástica: En donde parte de la energía cinética inicial es empleada para cambiar el estado, de una o ambas partículas finales, a un estado excitado. En el caso de la dispersión inelástica, el valor Q de reacción es siempre negativo y es igual a la suma de las energías de excitación de los núcleos en el estado final. Se suele poner el símbolo ' en el núcleo proyectil en el estado final, para indicar que ha cambiado la magnitud y dirección de su momento, sobre todo en el caso de núcleos ligeros y partículas elementales: (p, p'), ( $\alpha$ ,  $\alpha'$ ), entre otras.

Reacciones de transferencia: En donde uno o mas nucleones son intercambiados a medida que se lleva a cabo la reacción nuclear. En general el núcleo final puede o no quedar en estado excitado. Convencionalmente, si la transferencia es del proyectil al blanco entonces se conoce como una reacción "stripping". Algunos ejemplos son: (d,p), ( $\alpha$ ,p) y (<sup>16</sup>O,<sup>12</sup>C). Por otra parte, cuando se tiene el caso contrario, esto es, transferencia del blanco al proyectil, entonces se tiene una reacción "pickup". Ejemplos para este caso son: (p,d), (p,t) y (<sup>16</sup>O,<sup>17</sup>O). Se tiene una reacción de "knock-out" si el proyectil arranca un nucleón del núcleo blanco, dicho proyectil es generalmente un protón o un electrón de alta energía, aunque puede ser un núcleo ligero.

Reacciones de rompimiento ("breakup" o bu como se conoce en inglés). Estas reacciones tienen lugar en colisiones lejanas de núcleos débilmente ligados. El mecanismo de rompimiento conecta un estado ligado del proyectil con sus estados del continuo, así que el proceso es muy similar a la excitación inelástica, con la excepción de que el estado final no está ligado. En el caso mas simple, el rompimiento dejará al núcleo del blanco en su estado base, a lo cual se le conoce como rompimiento elástico. El rompimiento elástico de un proyectil p, en un carozo + fragmento (c + f), debido a la interacción con un blanco t, se puede describir a través del modelo de tres-cuerpos [23]. Recientemente se han estudiado los núcleos con halo, entre los cuales se encuentran el <sup>11</sup>Li, <sup>6</sup>He y <sup>8</sup>B.

#### 2.1.3. Barrera Coulombiana

La energía de repulsión electrostática de dos núcleos en contacto se conoce como barrera de coulomb y se denota por,

$$U_{coul} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$
(2.5)

donde  $Z_1$ ,  $Z_2$  son los números atómicos del proyectil y del blanco, e es la carga elemental y r es el radio de interacción correspondiente al contacto.

#### 2.1.4. Sección eficaz de la reacción

La probabilidad de que ocurra una reacción depende de la cantidad conocida como sección eficaz y denotada por  $\sigma$ . Esta cantidad tiene dimensiones de área (1 barn =  $10^{-24} cm^2$ ), se puede medir experimentalmente por la razón:

$$\sigma = \frac{N_i}{(Np/unidaddetiempo)(N_b/unidaddearea)}$$
(2.6)

donde  $N_i$  es el número de partículas detectadas que son del tipo *i*,  $N_p$  es el número de proyectiles en el haz y  $N_b$  es el número de átomos en el blanco por unidad de área.

Considerando una reacción típica A(a,b)B. Si hay un flujo de  $I_a$  proyectiles por unidad de tiempo incidiendo sobre un blanco que contiene N átomos por unidad de área del tipo

#### CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

A, entonces el número de partículas emitidas es proporcional a  $I_a$  y a N. La constante de proporcionalidad es la sección eficaz  $\sigma$ . Si las partículas salientes aparecen a una tasa  $R_b$ , entonces la sección eficaz de la reacción será:

$$\sigma = \frac{R_b}{I_a N} \tag{2.7}$$

Si se coloca un detector, en un lugar fijo en el que pueda registrar las partículas b emitidas en una dirección  $(\theta, \phi)$ , con respecto a la dirección del haz, entonces se define un pequeño ángulo sólido  $d\Omega$  subtendido en un punto del blanco. En la Fig. 2.1, se observa que no todas las partículas salientes son contadas, solo una fracción  $dR_b$  es registrada y solo se puede deducir una fracción de la sección eficaz  $d\sigma$ .



Fig. 2.1: Geometría de la sección eficaz diferencial: un haz de partículas está incidiendo a lo largo del eje z y colisiona con un blanco estacionario en el origen; la sección eficaz diferencial es proporcional a la razón de partículas que son dispersadas en un ángulo sólido  $d\Omega$  en la dirección  $(\theta, \phi)$ .

Además, no todas las partículas salientes son emitidas de manera uniforme en todas direcciones, sino que se tiene una distribución angular que depende de las coordenadas esféricas  $\theta$  y  $\phi$ . La distribución angular  $r(\theta, \phi)$  se representa de la siguiente manera:

$$dR_b = \frac{r\left(\theta,\phi\right)d\Omega}{4\pi} \tag{2.8}$$

de la ecuación 2.7, se tiene:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r\left(\theta,\phi\right)}{4\pi I_a N} \tag{2.9}$$

A la cantidad  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  se le denomina sección eficaz diferencial. La sección eficaz de la reacción  $\sigma_r$  se puede encontrar integrando la cantidad  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  sobre todos los ángulos considerando a  $d\Omega = sen\theta d\theta d\phi$ , esto da:

$$\sigma_r = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^\pi sen\theta d\theta \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\phi$$
(2.10)

La sección eficaz total  $\sigma_t$  de la reacción (2.11)es la suma de las secciones eficaces parciales debidas a cada tipo de reacción (dispersión elástica, inelástica, transferencia, rompimiento, entre otras), sin importar con que energía y dirección fueron producidas.

$$\sigma_t \equiv \sum_{\mathbf{r}} \sigma_r \tag{2.11}$$

En la práctica, en los experimentos se mide la tasa (eventos/s) a la cual ocurre una reacción bajo ciertas condiciones. Los parámetros experimentales medidos son:

- Corriente del haz incidente I (Amperes).
- Número n de núcleos en el blanco por unidad de volumen.
- Espesor del blanco x (en cm).
- Ángulo sólido del detector (en sr).
- Eventos de la reacción contados (N partículas detectadas) durante el tiempo t.

#### 2.2. Procesos de dispersión

Muchos de los descubrimientos mas importantes en Física nuclear y atómica se han hecho a través de experimentos de dispersión, tal como el descubrimiento del núcleo por Rutherford y el descubrimiento de las partículas subátomicas. La información sobre la estructura de esos cuerpos se obtuvo mediante el bombardeo con partículas y midiendo el número de partículas dispersadas en varias direcciones. La energía y la distribución angular de las partículas dispersadas depende de la forma del blanco y la naturaleza de las fuerzas entre las partículas y el blanco. El estudio de los procesos de dispersión se puede realizar mediante aproximaciones clásicas o cuánticas.

#### 2.2.1. Dispersión clásica

Considerando que una partícula incide en un blanco con energía E y parámetro de impacto b, emergerá a un cierto ángulo. Sin embargo generalmente todas las partículas en el haz incidiendo sobre una área  $d\sigma = 2\pi b db$  son dispersadas en la región angular ( $\theta$ ,  $\theta + d$ ) la cual corresponde a un ángulo sólido d $\Omega$  como se muestra en la Fig. 2.2.



Fig. 2.2: Partículas incidiendo en una área  $d\sigma$ .

En términos del parámetro de impacto y el ángulo azimutal  $\phi$ ,  $d\sigma = bdbd\phi$  y  $d\Omega = sen\theta d\theta d\phi$  entonces,

$$\frac{d\sigma\left(\theta\right)}{d\Omega} = \frac{b}{sen\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \tag{2.12}$$

Las ecuaciones de movimiento para la partícula incidente,  $m\ddot{r}(t) = F(r)$  y las condiciones iniciales, definen la trayectoria de la partícula. Considerando las fuerzas centrales no triviales en la dispersión, la trayectoria puede obtenerse a partir de las ecuaciones de movimiento usando los métodos de conservación de la energía y el momento angular. Se puede escribir:

$$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{dr}{dt}\right)^{2} + \frac{L^{2}}{2mr^{2}} + V(r)$$
(2.13)

en la forma:

$$\sqrt{\frac{2}{m}\left(E - \frac{L^2}{2mr^2} - V\left(r\right)\right)} = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$$
(2.14)

el momento angular puede escribirse en términos de la velocidad angular  $L = mr^2 \frac{d\theta}{dt}$ . De la ecuación 2.14, esto da:

$$d\theta = \left(\frac{L}{r^2\sqrt{2m\left(E - L^2/2mr^2 - V\left(r\right)\right)}}\right)dr.$$
(2.15)

El ángulo a través del cual la partícula se mueve entre dos distancias radiales  $r_1$  y  $r_2$  es:

$$\Delta \theta = \int_{r_1}^{r_2} \frac{L}{r^2 \sqrt{2m \left(E - L^2/2mr^2 - V\left(r\right)\right)}} dr$$
(2.16)

en el caso de un potencial central y la distancia de aproximación más cercana  $r_{mín}$  se define el ángulo de deflección  $\Theta$  como  $2\Theta + \theta = \pi$ . Usando el momento angular  $L = b\sqrt{2mE}$ , esto da:

$$\Theta = \int_{r_{\rm min}}^{\infty} \frac{b}{r^2 \sqrt{1 - b^2/r^2 - V(r)/E}} dr$$
(2.17)

#### 2.2.1.1. Dispersión de Rutherford

En una reacción nuclear los núcleos del proyectil y el blanco están cargados positivamente. Cuando la distancia entre los dos núcleos es más grande que la suma de sus radios actúan solo las fuerzas de Coulomb. A esto se le conoce como dispersión de Rutherford o Dispersión de Coulomb [24]. La geometría para la dispersión de Rutherford se muestran en la Fig. 2.3.

La fuerza de coulomb en un proyectil con masa m y carga  $Z_1e$  y un núcleo blanco con carga  $Z_2e$  es:

$$F_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} \tag{2.18}$$

donde r es la distancia entre ellos. Si la colisión entre la partícula incidente y el núcleo es frontal, la distancia mas cercana  $r_0$  se obtiene mediante la ecuación de la energía cinética inicial E del proyectil.



Fig. 2.3: Coordenadas para describir la dispersión de Rutherford de una partícula cargada en un blanco T con carga del mismo signo.

$$r_0 = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E} \tag{2.19}$$

Si la partícula se acerca al blanco a lo largo de una línea recta que pasa a una distancia b del mismo, el ángulo de dispersión será más pequeño que en la colisión frontal y la trayectoria del proyectil describirá una órbita parecida al fragmento de una hipérbola.

Suponiendo que la velocidad del proyectil es v y que éste se encuentra a una distancia del blanco donde el potencial es despreciable (considerando que su velocidad es  $v_0$  en el punto de acercamiento,  $r_{min}$ ). La conservación de la energía da:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\min}}$$
(2.20)

que también se puede escribir como:

$$\left(\frac{v_0}{v}\right)^2 = 1 - \frac{r_0}{r_{\rm mín}} \tag{2.21}$$

la conservación del momento angular implica:

$$mvb = mv_0 r_{\rm min} \tag{2.22}$$

usando la ecuación 2.20, tomando una relación entre b y  $r_{min}$ :

$$b^2 = r_{\rm min}(r_{\rm min} - r_0) \tag{2.23}$$

Considerando la propiedad  $b = r_{\min} \tan\left(\frac{a}{2}\right)$  en este caso, y tomando a  $\theta = \pi - 2a$ , se encuentra que:

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{r_0}{2b} \tag{2.24}$$

Si un flujo  $I_0$  de partículas por unidad de área atraviesan un plano perpendicular al haz, como se muestra en la Fig. 2.2, el flujo pasa a través del anillo con radio b.b + db es:

$$dI = 2\pi I_0 b db \tag{2.25}$$

derivando la ecuación 2.24, se tiene:

$$db = -\frac{r_0}{4sen^2\left(\theta/2\right)}d\theta \tag{2.26}$$

del cual la ecuación 2.25, da:

$$dI = \frac{1}{4}\pi I_0 r_0^2 \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{sen^3\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$
(2.27)

con  $d\Omega = 2\pi sen\theta d\theta$  para el anillo geométrico la sección eficaz diferencial es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{I_0} \frac{dI}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{1}{sen^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$
(2.28)

a la ecuación 2.28 se le denomina sección eficaz diferencial de Rutherford.

#### 2.2.2. Dispersión cuántica

Se considera un tratamiento puramente cuántico para describir la dispersión de partículas sin estructura por un potencial U(r).

#### 2.2.2.1. Desarrollo en ondas parciales

Partiendo del hamiltoniano completo del sistema

$$H = T(\vec{r}) + U(r)$$
 (2.29)

Sea  $\Psi(\vec{r})$  una de las posibles soluciones de la ecuación de Schrödinger  $(H - E)\Psi(\vec{r}) = 0$ . Esta función puede desarrollarse en un conjunto completo de funciones de la dirección  $\hat{r}$ . Estas funciones, son denominadas armónicos esféricos  $Y_{LN}(\hat{r})$ .

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_{LN} C^{LN} \frac{f^L(r)}{r} Y_{LN}(\hat{r})$$
(2.30)

Las funciones  $f^L(r)$  se denominan funciones de onda radiales. Una vez obtenidas estas funciones, el problema de la dispersión queda completamente resuelto. Considerando este desarrollo en los términos del hamiltoniano, el término de energía cinética puede expresarse como:

$$T(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2mr^2} L^2(\hat{r})$$
(2.31)

El primer término es la energía cinética radial. Este término no afecta a los armónicos esféricos, pero modifica las funciones radiales, sobre los que actúa tomando la segunda derivada. El segundo término es el término centrífugo. Cuando actúa sobre los armónicos esféricos con momento angular orbital L bien definido, produce un factor  $\hbar^2 L(L+1)/2mr^2$ .

El potencial U(r) simplemente multiplica a la función de onda radial y no modifica los armónicos esféricos, ya que es central y no depende de la dirección. Uniendo estos resultados, obtenemos que la ecuación que satisfacen las funciones de onda radiales es la siguiente:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mu r^2} + U(r) - E\right)f^L(r) = 0$$
(2.32)

Esta es una ecuación diferencial de segundo orden, donde  $\mu$  es la masa reducida entre la partícula incidente y el centro dispersor.

#### 2.2.2.2. Condiciones de frontera

No basta conocer las ecuaciones diferenciales para determinar las funciones  $f^L(r)$ . Es necesario considerar las condiciones de frontera. La función de onda completa debe ser regular en el origen. Eso implica que las funciones  $f^L(r)$  se anulan en el origen. Se buscan, por tanto, soluciones regulares en el origen. Estas soluciones pueden obtenerse, por ejemplo, partiendo de que  $f^L(0) = 0$ ,  $df^L(r)/dr|_{r=0} = c$ , donde c es una constante arbitraria. Partiendo de estas condiciones iniciales, e integrando las ecuaciones, podemos tener soluciones  $f^L_c(r)$ , que dependerán linealmente de la constante arbitraria c.

Es importante considerar el comportamiento asintótico de la función de onda. A distancias grandes comparadas con el alcance de los potenciales, las ecuaciones se desacoplan y resultan:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mu r^2} + (-E)\right)f^L(r) = 0$$
(2.33)

Una solución general de esta ecuación puede expresarse como una combinación de soluciones entrantes  $I_L(r)$  y salientes  $O_L(r)$ , donde

$$I_L(r) = (kr) h_L^*(kr) / \sqrt{\nu}$$
(2.34)

$$O_L(r) = (kr) h_L^*(kr) / \sqrt{v}$$
 (2.35)

donde la función  $h_L(x)$  es la función de Hankel. k es el momento, dado por  $\hbar^2 k^2/2m = E$  y v es la velocidad, dada por  $v = \hbar k/m$ . La función  $I_L(r)$  se comporta, para r grande, como exp(-ikr), y representa una onda esférica que se mueve hacia el origen (onda entrante). La función  $O_L(r)$  se comporta, para r grande, como exp(ikr), y representa una onda esférica que se mueve hacia fuera (onda saliente).

En general, la función  $f^{J}(r)$  se expresará, para valores de r grande, como:

$$f_{c}^{L}(r) = c \left( A^{L} I_{L}(r) - B_{L} O^{L}(r) \right)$$
(2.36)

Tomando el valor  $c = 1/A^L$ , se tiene,

$$f^{L}(r) = I_{L}(r) - S^{L}O_{L}(r)$$
(2.37)

donde la matriz de dispersión o matriz S cumple  $S^L = B^L/A^L$ . En este caso, la matriz S tiene un único elemento. Es una matriz  $1 \times 1$ . El término matriz S se utiliza por consistencia por el caso en el que hay dispersión inelástica. El significado de la matriz S es el siguiente: supongamos que en un tiempo determinado, caracterizamos la función de onda como un paquete de ondas entrantes, localizados fuera de la zona de interacción con los números cuánticos L, N, que se mueve hacia la zona de interacción. Entonces, cuando el paquete de ondas llega a la zona de interacción, hay cambios en la función de onda radial de manera que, tras la interacción se tendrá una onda saliente con los números cuánticos L,N, cuya amplitud viene dada por  $S^L$ .

La matriz S, si los potenciales son reales, cumple que  $S^L(S^L)^* = 1$ . Se puede expresar como  $S^L = exp(2i\delta_L)$  donde  $\delta_L$  se denomina corrimiento de fase, y es un parámetro real. Si los potenciales son complejos, entonces  $S_L(S_L)^* < 1$  y  $\delta_L$  tiene una parte imaginaria.

#### 2.2.2.3. Amplitudes de dispersión

Experimentalmente, no es posible construir un estado que parezca una onda entrante en un canal determinado LN. Por tanto, no puede medirse directamente la matriz S. Los experimentos de dispersión consisten en hacer dispersar un haz de partículas, que inicialmente tienen una dirección definida  $\hat{k}_i$ , y observar las partículas que se dispersan en la dirección  $\hat{k}$ . El módulo del momento inicial y final es el mismo  $k_i = k$ . La función de onda que describe esta situación es:

$$\Psi_{\vec{k}_i}(\vec{r}) = \exp\left(i\vec{k}_i \cdot \vec{r}\right) + \chi_{\vec{k}_i}^{(+)}(\vec{r}))$$
(2.38)

Donde  $\chi^{(+)}$  contiene ondas salientes. Debe cumplirse que la solución completa sea una combinación de funciones de onda dadas por las soluciones anteriores:

$$\Psi_{\vec{k}_i}(\vec{r}) = \sum_{LN} C^{LN}(\vec{k}_i) \frac{f^L(r)}{r} Y_{LN}(\hat{r})$$
(2.39)

A distancias grandes, las funciones de onda radiales se aproximan por su expresión asintótica. Los coeficientes  $C^{LN}(\vec{k_i})$  quedan determinados para que las ondas entrantes de la función

### CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

de onda sean las de la onda plana. Sin embargo,

$$\exp(i\vec{k}_i \cdot \vec{r}) = \sum_{LN} 4\pi Y_{LN}^*(\hat{k}_i) i^L Y_{LN}(\hat{r}) j_L(kr)$$
(2.40)

$$\sum_{LN} \frac{2\pi i \sqrt{\upsilon}}{kr} Y_{LN}^*(\hat{k}_i) i^L Y_{LN}(\hat{r}) \left( I_L(r) - O_L(r) \right)$$
(2.41)

Por tanto, la onda saliente  $\chi^{(+)}$  esta dada por la expresión,

$$\chi_{\vec{k}_i}^{(+)}(\vec{r}) = \sum_{LN} \frac{2\pi i \sqrt{\upsilon}}{kr} Y_{LN}^*(\hat{k}_i)(1-S^L) Y_{LN}(\hat{r}) O_L(r)$$
(2.42)

con lo cual, las amplitudes de dispersión correspondientes a una dirección  $\vec{k}$ , se obtienen extrayendo la componente correspondiente de la función de onda (la amplitud de dispersión es el coeficiente que multiplica a exp(ikr)/r en la onda saliente). Entonces se tiene:

$$A\left(\vec{k}_{i},\vec{k}\right) = \frac{2\pi i}{k} \sum_{LN} Y_{LN}^{*}(\hat{k}_{i}) Y_{LN}(\hat{k}) \mid \left(1 - S^{L}\right)$$
(2.43)

Esta expresión se interpreta de la siguiente manera: La onda plana inicial tiene una amplitud de probabilidad  $Y_{LN}^*(\hat{k}i)$  de estar en un estado con momento angular orbital LN. Este estado genera una onda dispersada con el mismo momento angular LN cuyo coeficiente es  $(1 - S_L)$ . Finalmente, de las ondas dispersadas se extraen los estados con dirección  $\hat{k}$  bien definida, a través de  $Y_{LN}(\hat{k})$ .

Si se toma la dirección  $\hat{k}_i$  a lo largo del eje z, entonces  $\theta_i = 0$ ,  $\phi_i = 0$ . Se cumple que  $Y_{LN}^*(\hat{k}_i) = \sqrt{2L+1}/\sqrt{4\pi}\delta(N,0)$ . Por otro lado, si se toma la dirección de  $\hat{k}$  en el plano z - x, entonces  $\phi = 0$  y  $\hat{k}$  queda totalmente determinado por el ángulo de dispersión  $\theta$ . Entonces, resulta

$$A(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_{L} (2L+1) P_L(\cos \theta) (1-S_L)$$
(2.44)

Las sección eficaz diferencial está relacionada con la probabilidad de detectar la partícula en una dirección determinada, por unidad de ángulo sólido. La amplitud de dispersión  $A(\theta)$  es, por definición, el coeficiente que multiplica al factor exp(ikr)/r en la expresión de

la función de onda dispersada. Por tanto,  $|A(\theta)|^2/r^2 dV$  es la probabilidad de encontrar una partícula dispersada, en la dirección  $\theta$ , dentro de un volumen determinado dV. Este elemento de volumen puede escribirse como  $dV = r^2 d\Omega$ , en términos del diferencial de ángulo sólido. Por tanto, la sección eficaz diferencial es simplemente el cuadrado de la amplitud de dispersión.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |A(\theta)|^2 \tag{2.45}$$

## 2.3. Modelo Óptico

La interacción entre un nucleón y un núcleo, o entre dos núcleos es uno de los aspectos más importantes en la física nuclear. Esto tiene influencia sobre la dispersión elástica e inelástica y determina el comportamiento de varios canales en las reacciones nucleares. Esta interacción que involucra a muchos cuerpos es un problema complicado el cual el modelo óptico intenta reemplazar por un problema más sencillo: el de dos cuerpos sin estructura que interactúan a través de un potencial U, el cual en general, se supone que depende solamente de la distancia r entre los centros de masa de los núcleos, es decir, U = U(r). Si en el sistema ocurren interacciones no elásticas, entonces habrá pérdida de flujo en el canal elástico y el potencial U(r) deberá ser complejo. Este potencial óptico complejo se expresa como la suma de una parte real, que representa la fuerza de interacción entre los núcleos (Coulombiana y nuclear), más una parte imaginaria, que representa la absorción de flujo debido a los procesos no elásticos (fusión, transferencia, etc). Entonces [23]:

$$U(r) = V_C + V(r) + iW(r)$$
(2.46)

El término Coulombiano de la ecuación 2.46 puede ser calculado como el potencial electrostático generado por una esfera cargada uniformemente, el cual está dado por [25, 26]:

$$V_{C}(r) = \begin{cases} \frac{Z_{p}Z_{b}e^{2}}{2R_{c}} \left(3 - \frac{r^{2}}{R_{c}^{2}}\right); & r < R_{c} \\ \frac{Z_{p}Z_{b}e^{2}}{r}; & r \ge R_{c} \end{cases}$$

Donde  $Z_p$  y  $Z_b$  son los números atómicos del proyectil y del blanco respectivamente y  $e^2 = 1.44 MeV \cdot fm$ . Además  $R_c$  es la suma de los radios nucleares del proyectil y del

blanco, tiene un valor aproximado de 1.2  $(A_p^{1/3} + A_b^{1/3})$  fm. Los términos V(r) y W(r) de la ecuación 2.46 están en función de los factores de forma de las diferentes formulaciones del Modelo Óptico.

#### 2.3.1. Potencial de Woods-Saxon

La formulación de Woods-Saxon[23] ha sido utilizada ampliamente dentro del Modelo óptico debido a su certidumbre en la reproducción de datos experimentales, en un gran número de sistemas que han sido analizados con anterioridad. Por esta razón es empleado como referencia para estudios mas detallados sobre las reacciones de interés. El potencial tipo Woods-Saxon consta de una parte real y una imaginaria cuya expresión matemática es la siguiente:

$$V_{nuc}(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{a_0}\right)} - i\frac{W_i}{1 + \exp\left(\frac{r - R_i}{a_i}\right)}$$
(2.47)

Donde  $V_0$ ,  $W_i$ ,  $R_{0,i}$  y  $a_{0,i}$  son los parámetros de profundidad, radio y difusividad reales e imaginarios del potencial respectivamente. La parametrización usual del radio del potencial tiene la forma  $R_{0,i} = r_0 \left(A_p^{1/3} + A_b^{1/3}\right)$ , donde  $A_p$  y  $A_b$  son las masas atómicas del proyectil y el blanco respectivamente.

#### 2.3.2. Potencial de São Paulo

Este modelo generalmente se utliza para describir los canales de dispersión elástica y los canales de la reacción de sistemas de iones pesados (A > 4) en una región amplia en energía [27, 28]. La parte real de la interacción nuclear, ecuación 2.46, está basada en el potencial "folding"  $V_F$  de la siguiente forma:

$$V_{nuc}(r,E) = V_F(r)e^{-4v^2(r,E)/c^2}$$
(2.48)

donde c representa la velocidad de la luz y  $\upsilon(r,E)$  la velocidad relativa entre los centros de los núcleos.

Para la parte imaginaria de la ecuación 2.46 se sugieren dos variantes; en la primera se utiliza la forma volumétrica de Woods-Saxon, por otro lado en la segunda se propone considerar

a la parte imaginaria proporcional a la parte real, por un factor  $N_I$ , de manera que:

$$W(r, E) = N_I V_{nuc}(r, E)$$
(2.49)

Con base en los resultados obtenidos de diferentes sistemas, al realizar el análisis de dispersión elástica y sección total de reacción, se ha determinado que el mejor ajuste a los datos experimentales corresponden al valor promedio de  $N_I = 0.78[27, 28]$ .

## 2.4. Canales acoplados de reacción (CRC)

En física nuclear, el método de canales acoplados de reacciones directas consiste en proponer un modelo para la función de onda del sistema (proyectil + blanco) y resolver la ecuación de Schrödinger lo mas exactamente que sea posible [29]. Así mismo, el método emplea la proyección de la función de onda completa  $\overline{\Psi}$  sobre una base dada por los productos  $\phi_i \equiv \phi_{ip} \times \phi_{it}$  de los estados del proyectil ( $\phi_{ip}$ ) y del blanco ( $\phi_{it}$ ).

La proyección sobre cada producto  $\phi_i$  queda dada por la función de onda  $\psi_i(R_i)$  que describe su movimiento relativo:

$$P\bar{\Psi} \equiv \Psi = \sum_{i}^{N} \phi_i \psi_i(R_i)$$
(2.50)

Los estados base  $\phi_{ip}$  y  $\phi_{it}$  pueden ser estados ligados de sus núcleos correspondientes ("aproximación de estados ligados"), o pueden ser representaciones discretas de los niveles continuos ("aproximación de canales acoplados con continuo discretizado"). Los estados  $\phi_i$  pueden representar diferentes particiones o diferentes estados excitados del proyectil y/o blanco en cualquiera de las particiones.

#### 2.5. Canales acoplados con el continuo discretizado (CDCC)

Una característica de los núcleos exóticos es que estan débilmente ligados y por lo tanto se pueden romper fácilmente al interaccionar con un blanco, dejando a éste en su estado base. Por lo tanto, uno de los métodos mas comunes para estudiar nucleos exóticos es a través de reacciones de rompimiento (bu). En las últimas dos decadas, uno de los formalismos utilizados con más éxito para estudiar reacciones con núcleos débilmente ligados es el llamado Canales Acoplados con el Continuo Discretizado (CDCC por sus siglas en inglés). Este método es una extensión natural del método de Canales Acoplados de Reacción (CRC) utilizado en el caso de estados ligados. En este último, se resuelve la ecuación de Schrödinger correspondiente al problema de colisión considerando explícitamente el acoplamiento a aquellos estados ligados del proyectil o del blanco más fuertemente excitados durante la colisión. Para trabajar con estados no ligados se sustituye el espectro continuo de estados de energía positiva por un conjunto discreto y finito de estados, llamados "bines", representando cada uno un intervalo de energía del continuo hasta una cierta energía máxima. CDCC es un formalismo no perturbativo que aborda el rompimiento ("breakup", bu) en todos los aspectos, esto es, incluyendo los efectos de las fuerzas de Coulomb y nucleares [30, 31]. CDCC emplea el acoplamiento de varias funciones de onda, una para cada canal de reacción, generalmente en el cálculo se utilizan potenciales del tipo Woods-Saxon.

## 2.6. Código de computo FRESCO

FRESCO es un código computacional desarrollado por I. J. Thompson en 1983 para describir reacciones nucleares directas. El código esta basado en el modelo de Canales Acoplados de Reacción (CRC) y el formalismo de canales acoplados con continuo discretizado (CDCC) para la interacción de tres cuerpos. Los parámetros del archivo de entrada se clasifican en numéricos y físicos; entre los primeros, los mas importantes son: paso de integración, radio máximo de integración, momento angular máximo, mientras que los parámetros físicos mas importantes son: propiedades del blanco y proyectil, tales como, masa, espín, carga, energía del proyectil, parametrización del potencial efectivo, entre otros.

El modelo CRC conduce a un conjunto de ecuaciones acopladas que se resuelven en FRESCO mediante iteraciones. En cada iteración, FRESCO almacena los Kernels que se emplean para integrar las funciones de onda y obtener los elementos de la matriz de dispersión (matriz-S) [32].

### 2.7. Distribución de la barrera

En la dispersión de iones pesados a energías cercanas a la barrera de coulomb, las dinámicas de fusión y dispersión elástica son influenciadas por los canales de acoplamiento de las reacciones directas, que se pueden describir mediante la teoría de canales de acoplamiento. La distribución de la barrera es una propiedad de la reacción que caracteriza los canales de acoplamiento más importantes [33, 34]. Se puede extraer una representación de la distribución de la barrera de la función de excitación o de las funciones de excitación (quasi)-elásticas.

#### 2.7.1. Función de excitación de fusión y distribución de la barrera

La fusión nuclear es el proceso donde dos o mas núcleos atómicos se unen para formar un núcleo compuesto mas pesado y se describe mediante la siguiente ecuación:

$$a + X \to Y$$
 (2.51)

Durante este proceso, la materia no se conserva, debido a que parte de la masa de los núcleos fusionados se convierte en energía que se libera. Clásicamente, para que se lleve a cabo la fusión de un proyectil y un blanco se necesita superar la barrera de fusión, la cual resulta de la competencia entre las fuerzas coulombianas (de largo alcance y repulsivas) y la fuerza nuclear, siendo esta última de corto alcance y atractiva. La suma de los potenciales coulombiano y nuclear, es la forma mas simple del potencial total, cuyo valor máximo se denomina altura de la barrera.

Clásicamente se espera observar una sola barrera, pero debido al efecto tunel cuántico y a la presencia de diferentes canales de reacción, se obtiene una distribución de alturas de la barrera D(B). Una partícula puede superar una barrera de potencial cuando su energía total excede la altura de la barrera. En este caso, la probabilidad de transmisión por encima de la barrera es cero para energías abajo de la altura de la barrera y 1 para energías arriba de la barrera. Sin embargo en mecánica cuántica, el principio de la conservación de energía puede ser violado y la partícula tiene una probabilidad de atravesar la barrera de potencial. Debido a que el flujo incidente se puede reflejar o transmitir, la conservación del flujo se puede expresar como:

$$T(E) + R(E) = 1$$
 (2.52)

Donde T(E) es el coeficiente de transmisión y R(E) es el coeficiente de reflexión. Los
## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

coeficientes de transmisión miden la probabilidad de penetración de la barrera y los coeficientes de reflexión miden la probabilidad de que la barrera refleje el flujo. Para un potencial que depende del momento angular, la función de transmisión llega a ser dependiente también del momento angular con  $T(E) = T_l(E)$  y para cada l la probabilidad de fusión se puede expresar como la sección diferencial de fusión:

$$\sigma_{fus}^{l} = \pi \lambda^2 \left(2l+1\right) T_l\left(E\right) \tag{2.53}$$

Donde  $\lambda = \hbar/p$  es la longitud de onda de De Broglie. Existen varios modelos teóricos para el cálculo de secciones eficaces que han sido incorporados en códigos de computadora. En la siguiente sección se describen muy brevemente algunos de ellos.

### 2.7.2. Modelos de penetración de barrera unidimensional

Para fusión cerca de la barrera de Coulomb, los modelos más simples suponen que la interacción entre dos núcleos puede ser descrita por un potencial unidimensional que depende únicamente de la distancia entre los centros del proyectil y del blanco. Cada onda parcial enfrenta una barrera con altura  $V_l$  compuesta por una parte nuclear, una parte Coulombiana y una parte centrífuga Fig. 2.4. La fórmula cuántica de la sección eficaz de fusión  $\sigma_{fus}$ puede entonces escribirse en términos de las probabilidades de transmisión  $T_l(E)$  a través de la barrera, como:

$$\sigma_{fus}(E) = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{l=\infty} (2l+1)T_l(E)P_l(E)$$
(2.54)

$$T_l(E) = \begin{cases} 1 & l \le l_{\text{máx}} \\ 0 & l > l_{\text{máx}} \end{cases}$$

donde:

 $\lambda$  : longitud de onda asintotica de De Broglie.

 $P_l(E)$ : Probabilidad de fusión de la onda l con energía E, una vez penetrada la barrera. Considerando  $P_l(E)$  igual a 1, bajo la suposición de que una vez cruzada la barrera ocurre

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

la fusión, el cálculo de la sección eficaz se reduce a encontrar los valores de  $T_l(E)$ . Los métodos para encontrar los coeficientes de transmisión se describen más adelante.



Fig. 2.4: Representación esquemática del potencial unidimensional.  $R_l$  indica la posición del máximo de la barrera  $V_l$ .

#### 2.7.2.1. Modelo clásico de penetración de barrera unidimensional

En el límite clásico, el coeficiente de transmisión es una función escalón

$$T_l(E) = \begin{cases} 1 & l \le l_{cr} \\ 0 & l > l_{cr} \end{cases}$$

que conduce, en el caso límite  $l_{cr}\gg 1$ , a una ecuación simple para la sección eficaz:

$$\sigma_{fus} = \pi R_0^2 \left( 1 - \frac{V_0}{E} \right) \tag{2.55}$$

donde  $R_0$  es el radio de la barrera para las ondas l = 0 con altura  $V_0$ . Sin embargo, esta ecuación solamente describe muy bien los datos para energías muy por encima de la barrera.

#### 2.7.2.2. Método de Hill-Wheeler

Para tomar en cuenta el efecto túnel cuántico, otro de los modelos más simples de penetración de barrera consiste en aproximar la parte más alta del potencial con una parábola invertida con curvatura  $\hbar \omega_l$  (véase la Fig. 2.4), obteniéndose los coeficientes de transmisión a partir de la ecuación [35]:

$$T_l(E) = \left[1 + \exp\frac{2\pi}{\hbar\omega_l} \left(V_l - E\right)\right]^{-1}$$
(2.56)

donde  $V_l$  es el máximo de la barrera para la onda l y E es la energía del proyectil en el sistema de centro de masas.

A partir de la condición  $\frac{dV(r,l)}{dr}\mid_{R_l}=0$ , se obtiene la curvatura como

$$\hbar\omega_l = \left|\frac{\hbar^2}{\mu} \frac{d^2 V(r,l)}{d^2 r}\right|_{R_l}^{1/2}$$
(2.57)

donde V(r, l) es el potencial de interacción entre el proyectil y el blanco y  $\mu$  es la masa reducida del sistema:

$$\mu = \frac{M_p M_b}{M_p + M_b} \tag{2.58}$$

siendo  $M_p$  y  $M_b$  la masa del proyectil y del blanco, respectivamente.

#### 2.7.2.3. Modelo de Wong

Si suponemos que  $R_l \approx R_0$  y  $\hbar\omega_l \approx \hbar\omega_0$  (es decir, que la posición del máximo y la curvatura de cualquier onda l sean aproximadamente las mismas que aquella onda con l = 0), entonces se obtiene:

$$V_l = V_0 + \frac{\hbar l(l+1)}{2\pi R_0^2} \tag{2.59}$$

la cual conduce a una fórmula analítica para la sección eficaz de fusión conocida como la fórmula de Wong [36]:

$$\sigma_f^0(E, V_0) = \frac{\hbar\omega_0 R_0^2}{2E} \ln\left[1 + \exp\left(\frac{2\pi}{\hbar\omega_0} \left(E - V_0\right)\right)\right]$$
(2.60)

# Capítulo 3

# Metodología Experimental

En el presente capítulo se describe la metodología y el equipo utilizado para la obtención de los datos experimentales. Los experimentos se realizaron en el Instituto de Estructura y Astrofísica Nuclear (Institute for Structure and Nuclear Astrophysics, ISNAP) de la Universidad de Notre Dame, Estados Unidos. En estos experimentos se utilizó el acelerador Tandem Van de Graaff y el Sistema Dual Superconductor TwinSol (que se describe en la siguiente sección) para la producción del haz secundario de interés.

## 3.1. Sistema dual superconductor TwinSol

El sistema Dual Superconductor TwinSol es un dispositivo pionero en su tipo que se construyó con el objetivo de desarrollar investigación con haces nucleares radiactivos intensos a bajas energías (10 a 80 MeV). Actualmente se encuentra en operación en el Instituto de Estructura y Astrofísica Nuclear (Institute for Structure and Nuclear Astrophysics, IS-NAP) de la Universidad de Notre Dame en Estados Unidos, iniciando dicha operación desde 1995. Este dispositivo consiste básicamente en un par de solenoides superconductores que se emplean para colectar, transportar y analizar haces nucleares tanto radioactivos como estables. El TwinSol está acoplado al acelerador Tandem Van de Graaff de 10 MV, y se utiliza, entre otras cosas, para el estudio de reacciones nucleares que principalmente son de interés astrofísico [37, 38].

#### 3.1.1. Diseño

El TwinSol consta de dos grandes solenoides superconductores colocados a una distancia de aproximadamente 3 m uno del otro. Con una corriente de 100 amperes, cada solenoide produce un campo magnético central máximo de 6 teslas y un campo axial integral  $\int Bdl =$ 3.8 T $\times$ m. Debido a los campos magnéticos de ambos solenoides, la mínima separación entre ellos debe ser de unos 2 metros. Cada magneto consta de 10 espiras concéntricas de alambre de NbTi que en conjunto forman un solenoide de 60 cm de longitud con diámetros interior de 18 cm y diámetro exterior de 21 cm. Las espiras están suspendidas en el interior de un crióstato de aluminio con capacidad para 290 litros de helio líquido. La superficie externa de dicho crióstato se encuentra aislada térmicamente con nitrógeno líquido a 80 K, mientras que la superficie interna está aislada con vapor de helio a 20 K. Los criostatos tienen 98 cm de longitud y un diámetro interior de 30 cm, el cual resulta ligeramente mayor que el diámetro externo del tubo que transporta el haz [37]. Los imanes están montados sobre rieles de aluminio, lo cual proporciona independencia de otros componentes del sistema y permite su desplazamiento longitudinal dependiendo del experimento que se pretenda llevar a cabo. Las guías retráctiles minimizan la pérdida de helio hasta 0.17 litros por hora, lo cual permite operar el sistema hasta por 40 días continuos sin recargar refrigerante.

Antes de iniciar cualquier proceso de bombardeo, el sistema es evacuado usando una bomba turbomolecular hasta alcanzar un vacío de  $1 \times 10^{-5}$  torr y enseguida una bomba criogénica hasta un vacío máximo de  $1 \times 10^{-7}$  torr. Para evitar la entrada excesiva de humedad y elementos ligeros contenidos en el aire atmosférico que dificultan alcanzar un buen vacío, conviene admitir nitrógeno gaseoso antes de abrir cualquiera de las cámaras.

El principio de operación de la instalación TwinSol es el siguiente: inicialmente se produce un haz de partículas estable que se conoce como haz primario y que se obtiene mediante el acelerador Tándem FN Van de Graaff de la Universidad de Notre Dame; este haz primario incide sobre un blanco primario, el cual se encuentra dentro de la cámara del blanco primario, como se puede ver en la Fig. 3.1. Como resultado de la reacción entre el haz y blanco primario se produce un haz secundario, que puede estar constituido por diversos tipos de haces que pueden ser tanto estables como radiactivos.

El haz secundario llega al primer solenoide donde, por acción del campo magnético, es colectado, filtrado, transportado y enfocado en la cámara intermedia, en el punto de cruce. Posteriormente, este haz secundario llega hasta el segundo solenoide donde nuevamente se colecta, filtra, transporta y enfoca sobre un blanco secundario que se encuentra dentro de la cámara secundaria o de bombardeo. La forma en general en que se lleva a cabo el



Fig. 3.1: Esquema de la instalació TwinSol.

filtrado del haz secundario consiste en permitir solamente el paso de aquellos haces que tienen la misma rígidez magnética del haz de interés, lo cual se puede realizar gracias a los solenoides. Es importante mencionar que es en la cámara secundaria donde en realidad se lleva a cabo la reacción de interés y en donde se coloca la instrumentación necesaria con el objetivo de detectar los productos de evaporación que finalmente son analizados.

### 3.1.2. Modos de operación

El sistema TwinSol se puede operar en dos diferentes modos: modo de haz paralelo y modo de haz cruzado, cada uno con diferentes características dependiendo de las necesidades del experimento a realizar. El modo de haz paralelo se emplea para el estudio de iones con alta rígidez magnética (bajo estado de ionización y masa grande. El modo de haz cruzado tiene varias ventajas sobre el primero: a)presenta una pequeña área de enfoque y mayor blindaje a la radiación entre los dos solenoides, b) en el punto de cruce se pueden colocar diferentes dispositivos útiles, como por ejemplo, detectores para medir el tiempo de vuelo (TOF, por sus siglas en inglés)de ciertas partículas o detectores sensibles a la posición (PSD, por sus siglas en inglés)para hacer un seguimiento del haz. En la Fig. 3.2 se muestra el esquema de ambos modos en que el TwinSol puede ser operado.



Fig. 3.2: Modos de operación de la instalación TwinSol.

## 3.2. Procedimiento experimental

## 3.2.1. Sistema ${}^{6}\text{Li} + {}^{58}\text{Ni}$

El haz primario estable de <sup>6</sup>Li<sup>3+</sup> se produce mediante el acelerador Tandem Van de Graaff, como se explicó en la sección 3.1.1. Este haz primario se produjo, durante cuatro diferentes estancias (etapas) de investigación, con energías entre 31 y 38 MeV. La cámara primaria es donde el haz primario reacciona con el blanco primario de <sup>3</sup>He, llevándose a cabo lo que se conoce como la reacción primaria. Durante esta reacción primaria se produce el haz secundario, que puede contener tanto núcleos estables como radiactivos.

En las diferentes etapas, las corrientes del haz primario estuvieron entre 50 y 220 partículasnanoampere (pnA), produciendo una razón del haz secundario de  $0.5 - 2.7 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ . Una vez que se tiene el haz secundario, se emplean los solenoides de la instalación TwinSol con el objetivo de colectar, transportar, filtrar y enfocar dicho haz en la cámara secundaria o cámara de bombardeo. En la cámara secundaria es donde se lleva a cabo la reacción a analizar y es aquí donde se coloca el blanco secundario y los detectores necesarios para realizar el análisis de los datos correspondientes. Una foto del arreglo experimental que se empleó durante la etapa IV (exp. 2010) se puede ver en la Fig. 3.3. En dicha figura se muestra la dirección del haz secundario, el blanco de Ni de composición natural, los



telescopios (A, B, C y D) y monitores (E y F) que se emplearon.

Fig. 3.3: Vista superior de la cámara secundaria, arreglo experimental correspondiente al sistema  $^6{\rm Li}$  +  $^{58}{\rm Ni}.$ 

Para las etapas I y II se utilizaron telescopios como monitores, mientras que para las etapas III y IV se utilizaron detectores individuales de silicio de barrera superficial con un espesor nominal de 1000  $\mu$ m. Los monitores se colocaron simétricamente a  $\pm$  45°, excepto para la etapa I, donde se colocaron a +45° y +60°. En la Tabla 3.1 se muestra el número de telescopios empleados (3 o 4) y la posición de los mismos, dependiendo de la etapa del experimento.

Tabla 3.1: Características del blanco secundario y posiciones de los telescopios, dependiendo de la etapa del experimento sistema  $^{6}$ Li +  $^{58}$ Ni.

Etapa	Blanco	Espesor $[mg/cm^2]$	Posición de telescopios [°]
Ι	Ni natural	1.36	120, 135 y 150
II	58 Ni	0.92	105, 120, 135 y 150
III	58 Ni y Ni natural	0.72 y 5.60	112.5, 127.5, 142.5 y 157.5
IV	Ni natural	2.22	112.5, 127.5, 142.5  y  157.5

#### 3.2.1.1. Imagen del haz secundario de <sup>6</sup>Li

Antes de que se lleve a cabo la reacción secundaria, en la posición del blanco secundario se coloca un detector de silicio de barrera superficial (G) con un espesor de 1000  $\mu$ m. Este detector tiene el objetivo de registrar los datos correspondientes para generar un espectro

que proporcione la imagen del haz secundario. A través de la técnica tiempo de vuelo (TOF, véase la sección 3.2.5), es posible determinar los diferentes tipos de haces que componen este haz secundario, todos ellos tienen la misma rígidez magnética y pueden ser tanto radiactivos como estables. Es importante mencionar que, para los propósitos de esta medición, la intensidad del haz secundario se disminuye en varios ordenes de magnitud para no dañar el detector.

En la Fig. 3.4 se muestra un espectro del haz secundario, correspondiente a Ein = 19.4 MeV. El ancho de energía del haz secundario (FWHM) varió entre 0,7 y 1 MeV, mientras que la respectiva resolución de tiempo fue entre 7 y 12 ns. Los tres principales componentes del haz secundario ( ${}^{8}$ B,  ${}^{7}$ Be y  ${}^{6}$ Li) están separados unos de otros por el TOF (Tiempo de vuelo), pero cada uno tiene sus propios contaminantes (que tienen el mismo TOF) y es necesario separarlos para realizar el análisis.



Fig. 3.4: Composición del haz secundario.

### 3.2.2. Sistema ${}^{10}C + {}^{58}Ni$

El haz primario estable de  ${}^{10}B^{5+}$  se obtuvo usando el acelerador Tandem Van de Graaff, con energías entre 47 y 54 MeV. El haz secundario de interés se produjo a través de la reacción primaria de intercambio p $\rightarrow$ n,  ${}^{3}$ He ( ${}^{10}B$ ,  ${}^{10}C$ )  ${}^{3}$ H. En la cámara secundaria se colocaron varios detectores (telescópicos) de silicio de barrera superficial a diferentes ángulos y se usó un blanco de  ${}^{58}$ Ni. En la Fig. 3.5, se puede ver una foto del arreglo experimental que se

# CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

empleó durante la estancia I (exp. 2014).



Fig. 3.5: Vista superior de la cámara secundaria, arreglo experimental correspondiente al sistema  $^{10}{\rm C}$  +  $^{58}{\rm Ni}.$ 

En la Fig. 3.6, se muestra un acercamiento al soporte en el que se colocaron los blancos de Ni y Au(grosor: 2.53 mg/cm<sup>2</sup>); en la parte superior se observa que hay una abertura adicional, sin blanco, que se usa para determinar posibles contribuciones de fondo.



Fig. 3.6: Blancos de <sup>58</sup>Ni enriquecido y <sup>197</sup>Au, montados cada uno sobre una lámina de <sup>27</sup>Al. Arreglo experimental correspondiente al experimento <sup>10</sup>C+ <sup>58</sup>Ni.

Las características de los arreglos experimentales del sistema  ${}^{10}$ C +  ${}^{58}$ Ni se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Características de los arreglos experimentales Estancias I y II del sistema $^{10}\mathrm{C}$  +  $^{58}\mathrm{Ni}.$ 

Estancia	Blanco	Espesor $[mg/cm^2]$	Posición de telescopios [°]
Ι	58 Ni	0.73	90, 105, 120, 135, 75, 45 y 30
II	58 Ni	0.725	90, 105, 120, 135, 30, 45 y 75

### 3.2.3. Imagen del haz secundario de <sup>10</sup>C

Antes de que se lleve a cabo la reacción secundaria, en la posición del blanco secundario se coloca un detector telescopio de barrera superficial, con el objetivo de registrar los datos correspondientes para generar un espectro que proporcione la imagen del haz secundario de <sup>10</sup>C. En la Fig. 3.7 se muestra un espectro del haz secundario, el cual se obtuvo irradiando un detector telescópio, colocado en la posición del blanco. La identificación de los probables componentes y el número de cuentas en cada grupo se indican en la figura.



Fig. 3.7: Composición del haz secundario.

#### 3.2.4. Energía efectiva de la reacción

La energía efectiva de reacción es la energía promedio a la cual ocurre la reacción dentro del blanco, pesada por la sección eficaz de la reacción (dispersion elástica - Rutherford,

fusión - ajuste de Wong a los datos experimentales, entre otras), calculada por medio de la ecuación 3.1. El límite de integración inferior es la energía inicial de bombardeo  $(E_i)$ , esto es, antes de interaccionar con el blanco. El límite superior de integración es la energía final  $(E_f)$ , esto es, la energía de salida después de haber atravesado el espesor del blanco.

$$\bar{E} = \frac{\int\limits_{E_i}^{E_f} E \cdot \sigma_R(E) dE}{\int\limits_{E_i}^{E_f} \sigma_R(E) dE}$$
(3.1)

Para el caso de dispersión de Rutherford, usando la respectiva dependencia con la energía,

$$\bar{E} = \frac{\int\limits_{E_i}^{E_f} E^{-1} dE}{\int\limits_{E_i}^{E_f} E^{-2} dE}$$
(3.2)

Resolviendo,

$$\bar{E} = \frac{\ln\left(E_f\right) - \ln\left(E_i\right)}{\frac{1}{E_i} - \frac{1}{E_f}} = \frac{E_i E_f}{E_f - E_i} \ln\left(\frac{E_f}{E_i}\right)$$
(3.3)

El haz de <sup>10</sup>C inicialmente tenía una energía de 31.2 MeV. Mediante el empleo del programa STOPX, se determinó la pérdida de energía del haz de <sup>10</sup>C después de interaccionar con el blanco (28.94 MeV), sustituyendo los respectivos valores de la energía en la ecuación 3.3 se tiene:  $E_{ef}$ = 30.04 MeV. Para el haz de <sup>6</sup>Li, las energías efectivas de fusión se muestran en la sección 4.1.

#### 3.2.5. Técnicas de detección

A través de dos técnicas de detección es posible identificar y asociar las partículas que son productos de la reacción entre el haz de interés y el blanco. La técnica de telescopio, está basada en el empleo de los telescopios. Un telescopio está constituido por dos detectores de silicio de barrera superficial donde la principal diferencia está en que uno de ellos es más delgado que el otro (el grosor del detector delgado mide aproximadamente 40  $\mu$ m, mientras que el otro tiene un espesor nominal de 1000  $\mu$ m). El detector delgado ( $\Delta$ E)

siempre se coloca enfrente del detector de mayor espesor, es decir, las partículas a detectar interaccionan primero con el detector  $\Delta E$ . Mediante los telescopios (a través de pérdida de energía) es posible separar en un espectro E- $\Delta E$  las partículas dependiendo de su número atómico y masa atómica. La técnica de tiempo de vuelo, TOF por sus siglas en inglés, consiste en medir el tiempo que transcurre desde que el haz radiactivo es producido hasta que una partícula es detectada. El análisis combinado de ambas técnicas (telescopio y tiempo de vuelo) nos permite establecer una relación unívoca entre el tipo de partícula detectada y el proyectil que dio origen a su emisión.

## 3.3. Procedimiento teórico

Para validar los resultados obtenidos a partir de cualquier experimento es necesario comparar dichos resultados con cálculos teóricos a través del empleo de algún código determinado. En este trabajo de tesis se realizaron cálculos de canales acoplados(CC) y de canales acoplados con el continuo discretizado (CDCC) mediante el código FRESCO [32], con el objetivo de describir dispersión elástica, acoplamiento a canales inelásticos de los sistemas  ${}^{6}Li, {}^{10}C + {}^{58}Ni$  y además se realizaron cálculos de rompimiento (bu) para  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ .

En general y como punto de partida para los cálculos de bu, los parámetros del potencial óptico (PO) que se utilizaron para el canal del sistema  ${}^{4}$ He +  ${}^{58}$ Ni se obtuvieron de [39] y los empleados para el canal de  ${}^{2}$ H +  ${}^{58}$ Ni se obtuvieron de la compilación fenomenológica de parámetros del modelo óptico del trabajo publicado por Perey y Perey [40].

## 3.4. Análisis de datos experimentales

El análisis de los datos experimentales se efectuó en el Departamento del Acelerador del Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ). Para dicho análisis se emplearon los programas SCANOR y DAMM, escritos en lenguaje FORTRAN y que pertenecen al paquete computacional UPAK [41]. SCANOR se emplea para el procesamiento de datos en bloques de corridas con características establecidas por el usuario. Por otra parte, DAMM permite la visualización y manejo de los datos previamente procesados con SCANOR.

#### 3.4.1. Barrido de Datos

El barrido ("scanning" como comúnmente se conoce en inglés) de los datos se realiza con el programa SCANOR, el cual previamente es ligado a una subrutina llamada hissub. Esta subrutina, escrita por W. T. Milner [41], se presenta en el paquete UPAK y se puede modificar de acuerdo a las necesidades y gustos del usuario. En ella se definen los histogramas que se requieren para un experimento dado, asignándoles nombre, número de canales de cada uno de los ejes y el contenido. La subrutina hissub contiene también las ecuaciones de calibración de cada detector con las cuales una posición cualquiera sobre el espectro puede ser transformada a unidades de energía. Al terminar el barrido, SCANOR almacena la información en archivos nombrados por el usuario y con extensión "\*.his".

#### 3.4.2. Visualización de histogramas y marcado de eventos

Los histogramas que se generan con SCANOR (archivos \*.his) se pueden visualizar en la pantalla de una computadora utilizando el programa DAMM, el cual presenta gráficas a colores o en escalas de grises, además de tener escalas ajustables que pueden ser tanto lineales como logarítmicas. DAMM permite al usuario trazar (en el sentido de las manecillas del reloj) líneas poligonales de forma arbitraria para delimitar cualquier grupo de eventos.

En los histogramas bidimensionales estas líneas cerradas constituyen compuertas que se conocen en inglés como "banana gates" debido a su forma. Es posible tener 880 compuertas o "bananas" formadas por un máximo de 63 puntos cada una y almacenarlas en un mismo archivo con extensión "\*.ban". En cada una de las compuertas o "bananas" se puede obtener la suma de los eventos y su proyección sobre cualquiera de los ejes. Mediante las proyecciones es posible encontrar la energía máxima y mínima, el ancho y el centroide de cada "banana". Las proyecciones se pueden almacenar en archivos con extensión "\*.spk" para su posterior manejo con DAMM, o bien, convertirlas a formato ASCII [42].

## 3.5. Cálculo de la sección experimental

La sección eficaz  $\sigma$  calculada a partir de los datos experimentales se obtiene empleando la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{N_i}{N_p N_b \Omega \epsilon} \tag{3.4}$$

donde  $N_i$  es el número de partículas detectadas que son del tipo i,  $N_p$  es el número de proyectiles en el haz,  $N_b$  es el número de átomos en el blanco por unidad de área,  $\Omega$  es el ángulo sólido cubierto por el detector en steroradianes y  $\epsilon$  es la eficiencia del detector, se considera que  $\epsilon = 1$  ya que se asume que todas las partículas que llegan al sistema de detección son detectadas.

A continuación se describe de forma detallada algunos de los parámetros que se emplean para determinar las secciones eficaces. Es importante mencionar que para las etapas del experimento en las cuales se utilizó el blanco de composición natural, fue necesario considerar un factor de corrección f debido a los isótopos (<sup>58</sup>Ni, <sup>60</sup>Ni y <sup>62</sup>Ni) que forman al níquel natural.

#### 3.5.1. Número de átomos en el blanco, $N_b$

El número de átomos de <sup>58</sup>Ni para un blanco de níquel de composición natural se determina empleando la siguiente relación:

$$N_b^{58} = \frac{x_m N_A \chi^{58}}{P} \tag{3.5}$$

donde  $x_m$  es el espesor másico del blanco en unidades de  $[mg/cm^2]$  (ver Tabla 3.1 y Tabla 3.2),  $N_A$  es el número de Avogadro ( $6.022 \times 10^{23}$  átomos/mol),  $\chi^{58} = \frac{68.27}{100} = 0.6827$  es la fracción del isótopo de <sup>58</sup>Ni en el blanco de níquel de composición natural. Un blanco de Ni natural esta formado principalmente por tres isótopos con los siguientes porcentajes: <sup>58</sup>Ni (68.27%), <sup>60</sup>Ni (26.21%) y el <sup>62</sup>Ni (3.59%). Finalmente, P es el peso molecular del elemento. Para el caso del <sup>58</sup>Ni, P vale 58700 mg/mol.

Es importante recordar que 1 mb (mili barn) es igual a  $1 \times 10^{-27}$  cm<sup>2</sup>, de manera que las unidades de  $N_b^{58}$  pueden específicarse como átomos/mb.

$$N_b^{58} = \frac{\left(2.2 \left[\frac{mg}{cm^2}\right]\right) \left(6.022 \times 10^{23} \left[\frac{atomos}{mol}\right]\right) \left(\frac{68.27}{100}\right) \left(\frac{1 \times 10^{27}}{1} \left[\frac{cm^2}{mb}\right]\right)}{58700 \left[\frac{mg}{mol}\right]} \tag{3.6}$$

$$N_b^{58} = 1.56 \times 10^{-8} \left[ \frac{atomos}{mb} \right] \tag{3.7}$$

Por otra parte, el número de átomos de <sup>58</sup>Ni para un blanco de <sup>58</sup>Ni enriquecido se determina empleando la misma relación que para un blanco de níquel natural (ecuación 3.5) con la única diferencia que se descarta la corrección de la fracción del isótopo de <sup>58</sup>Ni ( $\chi^{58}$ ). Por lo tanto, en este caso la ecuación queda de la siguiente forma:

$$N_b^{58} = \frac{x_m N_A}{P} \tag{3.8}$$

#### **3.5.2.** Número de proyectiles en el haz, $N_p$

El número de proyectiles en el haz se determinó utilizando el programa nproj.for escrito en FORTRAN por el Grupo de lones Pesados del ININ. El objetivo del programa es calcular el número de proyectiles utilizando las cuentas elásticas registradas por los monitores que estan colocados a  $\pm 45^{\circ}$  (para las etapas de la II a la IV) para  ${}^{6}Li$  y para  ${}^{10}C$  a 30° y  $45^{\circ}$ (para la etapa II). El programa nproj.for se basa en la sección eficaz de Rutherford para determinar el número de proyectiles  $N_p$ . Debido a que las secciones eficaces experimentales de dispersión elástica normalizadas a  $\sigma_{Ruth}$ , publicadas en [6], muestran que para ángulos en el sistema de laboratorio entre 0° y 60° la razón  $\frac{\sigma_{exp}}{\sigma_{Ruth}} \approx 1$ ; por lo tanto se asume que  $\sigma_{exp} = \sigma_{Ruth}$ , así que la ecuación 3.4, puede escribirse como,

$$\sigma_{Ruth} = \frac{N_{el}}{N_p N_b \Omega_{mon} \epsilon} \tag{3.9}$$

Donde  $N_{el}$  es el número de partículas elásticas detectadas por los monitores,  $N_p$  es el número de proyectiles en el haz,  $N_b$  es el número de átomos en el blanco por unidad de área,  $\Omega_{mon}$  es el ángulo sólido cubierto por el detector en steroradianes y  $\epsilon$  es la eficiencia del detector; se considera que  $\epsilon = 1$  ya que se asume que todas las partículas que llegan al sistema de detección son detectadas. Despejando  $N_p$  de la ecuación 3.9, se tiene

$$N_p = \frac{N_{el}}{\sigma_{Ruth} N_b \Omega_{mon}} \tag{3.10}$$

Por otro lado de la teoría se sabe que la sección eficaz de Rutherford se puede determinar mediante la siguiente expresión,

$$\sigma_{Ruth} = (1+\gamma)^2 \left(\frac{Z_p Z_b e^2}{4E_p}\right)^2 \frac{\left(1+\gamma^2 sen\theta\right)^{-1/2} + 2\gamma \cos\theta}{sen^4 \left(\frac{\theta+sen^{-1}(\gamma sen\theta)}{2}\right)}$$
(3.11)

Donde  $\gamma = \frac{A_p}{A_b}$ , siendo  $A_p$  y  $A_b$  la masa atómica del proyectil y del blanco, respectivamente,  $Z_p$  y  $Z_b$  el número atómico del proyectil y del blanco.  $E_p$  es la energía del proyectil y  $\theta$  es el ángulo de dispersión, ambos en el sistema de laboratorio. Una vez que se le proporcionan estos datos al programa nproj.for, es posible determinar  $N_p$ .

El programa nproj.for está diseñado de tal forma que es posible determinar el corrimiento en el centrado del haz secundario (el "offset") a partir del número de proyectiles medidos en cada monitor. Para determinar dicho "offset", al programa se le debe proporcionar, como dato de entrada, las coordenadas (x, y) de la posición del haz al incidir sobre el blanco, donde el eje x (y) es horizontal (vertical), ambos perpendiculares a la dirección de incidencia del haz. Para los cálculos de este proyecto doctoral se deja fija la coordenada y en el origen (y = 0) y se varía la coordenada x, simulando que el haz solo cambia en uno de los ejes, esto es, en el eje de las abscisas.

El programa se ejecuta simultáneamente para ambos monitores, cuidando que en uno de ellos la coordenada x sea la opuesta a la del otro monitor. Por ejemplo, si para el monitor E las coordenadas son (x, y) entonces para el otro monitor las coordenadas seran (-x, y). Una vez que el valor de  $N_p$ , para ambos monitores, es el mismo al haber empleado las coordenadas opuestas  $(\pm x, 0)$ , se registra el ángulo final de cada monitor al que se alcanza este número de proyectiles. Finalmente, el "offset" para <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni se determinó al tomar la diferencia entre dichos ángulos y los ángulos nominales y dividir esta diferencia por dos; el valor que se encontró fue de 1.04. Este valor se usó para establecer los ángulos efectivos (28.96°, 46.04°, 76.04° y 88.96°), es decir, a los detectores que estaban a la izquierda (30° y 90°) se les restó este valor y se les sumó a los de la derecha (45° y 75°), en el caso del sistema <sup>6</sup>Li + <sup>58</sup>Ni se realizó algo similar.

#### **3.5.3.** Angulo sólido, $\Omega$

El ángulo sólido se puede determinar a través de la siguiente expresión:

$$\Omega = \frac{A}{d^2} \tag{3.12}$$

donde A es el área de detección y d es la distancia del blanco al detector.

En la Tabla 3.3 se muestra el diámetro de cada detector, el área de detección y la distancia del blanco al telescopio y monitor de las cuatro etapas del experimento  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ , para finalmente determinar el ángulo sólido.

Tabla 3.3: Datos para determinar el ángulo sólido de los telescopios y monitores para cada etapa del experimento  $^6{\rm Li}$  +  $^{58}{\rm Ni}.$ 

Detector	Diámetro del	Área	Distancia al	Ángulo				
	Colimador	- 0-	detector	Sólido				
	[mm]	$[\mathbf{mm}^2]$	[mm]	$\Omega$ [sr.]				
	ETAPA I							
Telescopio								
A $(120^{\circ})$	22.0	380.1	105.0	0.03448				
B $(150^{\circ})$	25.4	506.7	129.0	0.03045				
C $(135^{\circ})$	25.4	506.7	101.0	0.04967				
Monitor								
D $(45^{\circ})$	18.0	254.5	130.0	0.01506				
$E (60^{\circ})$	18.0	254.5	120.0	0.01767				
	ETAPA	II						
Telescopio								
A (150°), C (120°)	18 /	265.0	176.0	0.00858				
y D $(105^{\circ})$	10.4	200.9	170.0	0.00838				
${ m B}~(135^{\circ})$	18.4	265.9	177.0	0.00849				
Monitor								
$E (+45^{\circ})$	17.4	237.8	127.0	0.01474				
$F(-45^{\circ})$	17.4	237.8	126.0	0.01498				
	ETAPA ]	III						
Telescopio								
A (112.5°), B (127.5°)	18 5	268.8	175.0	0.00878				
C (142.5°) y D (157.5°)	10.0	200.0	175.0	0.00070				
Monitor								
$E (+45^{\circ}) y F (-45^{\circ})$	18.0	254.5	120.0	0.01767				
	ETAPA 1	[V						
Telescopio								
A (112.5°), B (127.5°)	19.0	254.5	175.0	0 00921				
C (142.5°) y D (157.5°)	10.0	204.0	170.0	0.00001				
Monitor								
E (+45°) y F (-45°)	18.0	254.5	155.0	0.01059				

En la Tabla 3.4, se muestra el diámetro de cada detector, el área de detección y la distancia del blanco al telescopio y monitor de la segunda etapa del experimento  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ , estos valores se emplearon para determinar los ángulos sólidos de los cuatro detectores que se reportan. En este experimento también, se usó un blanco de  ${}^{197}Au$ , con el objetivo de calibrar los respectivos ángulos sólidos. Además debido a que el oro tiene una Z grande, se garantiza que la dispersión elástica es puramente Rutherford. Este hecho se usa para determinar posibles corrimientos angulares en el arreglo experimental del sistema  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ .

Tabla 3.4: Datos para determinar el ángulo sólido de los telescopios y monitores para cada etapa experimental del sistema  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$  para E = 30.04 MeV.

Detector	Diámetro del	Área	Distancia al	Ángulo
	Colimador		detector	Sólido
	$[\mathbf{m}\mathbf{m}]$	$[\mathbf{mm}^2]$	$[\mathbf{m}\mathbf{m}]$	$\Omega$ [sr.]
Telescopio				
A $(90^{\circ})$	9.0	63.61	179.3	0.0019
$E (30^\circ)$	9.0	63.61	130.0	0.0037
$F(45^{\circ})$	9.0	63.61	137.0	0.0033
$G(75^{\circ})$	9.0	63.61	125.0	0.0040

# **3.6.** Mapeo de $\sigma_p \rightarrow \sigma_{fus}$

Una vez que se tienen los parámetros necesarios para determinar la sección eficaz protónica para cada ángulo se integra sobre todo el ángulo sólido (4 $\pi$ ) para obtener la sección eficaz total de protones,  $\sigma_p$ . En la sección 4.1 se muestra los cálculos de la multiplicidad protónica usando tres códigos que emplean el modelo estadístico de desexcitación. Finalmente, la sección eficaz de fusión ( $\sigma_{fus}$ ) se determina empleando la sección eficaz total de protones y la multiplicidad protónica ( $M_p$ ) para el sistema <sup>6</sup>Li + <sup>58</sup>Ni, para cada energía. Esto es,

$$\sigma_{fus} = \frac{4\pi \sigma_p^{nat/58}}{Mp} \tag{3.13}$$

donde  $\sigma_p^{nat/58}$  se refiere a la sección eficaz protónica cuando se tiene un blanco de composición natural o un blanco de <sup>58</sup>Ni enriquecido, respectivamente.

# Capítulo 4

# **Resultados y Discusión**

En este capítulo se presentan los resultados del análisis experimental y teórico de los sistemas  ${}^{6}$ Li +  ${}^{58}$ Ni y  ${}^{10}$ C +  ${}^{58}$ Ni a energías cercanas a la barrera coulombiana.

# 4.1. Función de excitación de fusión del sistema <sup>6</sup>Li + <sup>58</sup>Ni

En la primera parte de esta sección se presentan los cálculos de fusión-evaporación del sistema  ${}^{6}\text{Li} + {}^{58}\text{Ni}$ , en donde se utilizaron tres códigos (PACE2, LILITA y CASCADE) que emplean el modelo estadístico de desexcitación para determinar la multiplicidad protónica, en la segunda parte se presenta la función de excitación de fusión del sistema  ${}^{6}\text{Li} + {}^{58}\text{Ni}$ .

Los tres códigos antes mencionados utilizan el formalismo de Hauser-Feshbach [43] para calcular, entre otras cosas, la distribución en energía de las partículas evaporadas del núcleo compuesto. En general, tanto el código PACE2 como el código LILITA se basan en el método Monte Carlo para seguir el decaimiento del núcleo compuesto de forma individual hasta que el núcleo residual llega a su estado base [43]. En el código CASCADE se crea una malla de masas y números atómicos que contiene información de la distribución de población de cada núcleo en un espacio bidimensional de energía de excitación y momento angular. Al disponer de la distribución inicial de energía de excitación y momento angular del núcleo compuesto, posteriormente se calcula la población de los diferentes núcleos residuales. Es importante mencionar que cada uno de estos códigos de evaporación de partículas, utiliza parámetros de entrada que son sugeridos por los autores del código y que en general no coinciden entre ellos. Debido a que el propósito fue comparar los resultados de los tres

### CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

códigos, se usaron parámetros de entrada que aseguraron la compatibilidad de los cálculos físicos para los tres códigos. En este contexto, en los tres códigos se unificó la tabla de masas para usar la versión AME12 [44]. En el código CASCADE se modificaron los parámetros del potencial óptico (recomendados por el autor del código) reemplazándolos por aquellos que usan tanto PACE2 como LILITA y que se emplean en el cálculo de los respectivos coeficientes de transmisión. Para protones y neutrones, los parámetros se obtienen de Perey y Perey [40], y para las partículas alfa de Huizenga e Igo [45].

En el modelo estadístico la densidad de niveles representa uno de los parámetros críticos en cualquier cálculo. Dicha densidad de niveles se le proporciona al código a través del parámetro de densidad de niveles a. En la Fig. 4.1, se muestran los valores del parámetro de densidad de niveles experimental obtenido del análisis de 265 núcleos [46]. En esta figura se muestra la curva cuyo parámetro de densidad de niveles está dado por a = A/7.5 y que corresponde al valor predeterminado en el código PACE2. Esta curva es una aproximación promedio de los núcleos cuya masa atómica A se encuentra entre 70 y 90. Sin embargo, la masa atómica del núcleo compuesto correspondiente al sistema <sup>6</sup>Li+<sup>58</sup>Ni es A = 64 (<sup>64</sup>Ga), el cual se encuentra por debajo del grupo de núcleos descrito por la curva con a = A/7.5. Al tomar esto en consideración, se ajustó el valor de a = A/7.5 a un valor de a = A/9.16.



Fig. 4.1: Valores del parámetro de densidad de niveles a, obtenidos a partir del análisis de 265 núcleos. La línea recta corresponde a a = A/7.5 y es una aproximación promedio que satisface la región 70 < A < 90.

La línea recta con a = A/9.16, que se muestra en la Fig. 4.2, es una aproximación promedio para la región de los núcleos con A entre 60 y 70, región en la cual se encuentra el núcleo compuesto y los núcleos residuales para el actual sistema.



Fig. 4.2: Parámetro de densidad de niveles a en función de la masa atómica para la región 60 < A < 70. La línea recta con a = A/9.16 es una aproximación promedio de esta región de A, con límite superior (inferior) dado por a = A/8.78 (a = A/9.57), respectivamente.

El parámetro de densidad de niveles que se usó en los tres códigos fue a = A/9.16. Se obtuvieron los resultados de las multiplicidades de protones con los códigos PACE2, LILITA y CASCADE a seis energías alrededor de la barrera coulombiana. Los resultados para la multiplicidad de protones evaporados del sistema fusionado  $^{6}$ Li +  $^{58}$ Ni, se muestran en la Tabla 4.1, donde se puede ver que los resultados obtenidos con los diferentes códigos presentan un comportamiento bastante estable, con una diferencia porcentual máxima del 3.5 %. Tomando los valores de la multiplicidad promedio de protones y las secciones eficaces de protones se procedió a realizar el mapeo de la sección eficaz de fusión (a partir de la ecuación 3.13) del sistema  $^{6}$ Li +  $^{58}$ Ni. Anteriormente se calcularon las secciones eficaces de fusión para este sistema, pero solo se usó el código PACE2 para determinar la multiplicidad protónica, dichos resultados se publicaron en [47], posteriormente se determinaron la secciones eficaces de protones, así como sus respectivos errores y dado que se reportan en la literatura varios códigos que emplean el modelo estadístico cuyo propósito es determinar las partículas evaporadas de un sistema fusionado (proyectil + blanco) entre otras cosas,

nos dimos a la tarea de implementar dos códigos más (LILITA y CASCADE) para estimar la dependencia del modelo por el uso de un código en particular.

Tabla 4.1: Multiplicidades de protones para el sistema  ${}^{6}\text{Li}+{}^{58}\text{Ni}$ , los resultados se obtuvieron con tres códigos de evaporación de partículas.

$E_{c.m.}$ [MeV]	$\sigma_p$	$M_p$	$M_p$	$M_p$	$\langle M_p \rangle$	$\sigma_{fus}$
	[mb]	(Pace2)	(Lilita)	(Cascade)	usado	[mb]
9.09	$6.32\pm0.4$	1.382	1.297	1.341	$1.34\pm0.042$	$4.72\pm0.33$
9.87	$16.04\pm0.65$	1.402	1.295	1.333	$1.343 \pm 0.054$	$11.94\pm0.68$
11.03	$60\pm3.87$	1.407	1.315	1.317	$1.346\pm0.052$	$44.57\pm3.36$
11.66	$115.26 \pm 8.43$	1.396	1.287	1.298	$1.327 \pm 0.060$	$86.86\pm7.47$
11.93	$148.84\pm10.69$	1.393	1.250	1.292	$1.311\pm0.073$	$113.47 \pm 10.34$
12.74	$271.38 \pm 3.36$	1.373	1.245	1.281	$1.299 \pm 0.066$	$208.80 \pm 10.91$

En la Fig. 4.3 se muestra la función de excitación del sistema  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ , generada a partir de los valores de la sección eficaz de fusión,  $\sigma_{fus}$ , de la Tabla 4.1 y las respectivas energías de fusión. También se presentan los datos experimentales de la sección eficaz total de reacción para el mismo sistema, que fueron publicados en[6]. Finalmente, se muestra el cálculo del modelo de penetración de barrera unidimensional o BPM ("barrier penetration model") de un potencial "desnudo" ("bare potential"). Los parámetros empleados para dicho cálculo de BPM se determinaron mediante el uso del Potencial de São Paulo (SPP), dando una altura de la barrera de Coulomb de  $V_b = 12.36$  MeV, un radio de  $R_b = 9.02$  fm y una anchura de  $\hbar\omega$  = 3.63 MeV. Estos parámetros son los que se esperan de la sistemática, para un sistema en el que se desprecia la estructura de los nucleones y se descarta un acoplamiento de los canales de reacción. Usando en la fórmula de Wong los valores de los parámetros de la barrera mencionados anteriormente se calculó numéricamente la sección eficaz de fusión,  $\sigma_{fus}$  que se muestra en la línea discontinua (negro). Adicionalmente mediante el código SPOMC [48] se obtienen los valores de  $\sigma_{fus}$ , aplicando un potencial imaginario de corto alcance (que representa la absorción debido a procesos no elásticos) con los siguientes parámetros  $W_0 = 50$ ,  $r_w = 1.0$  y  $a_w = 0.2$  (línea continua - negro). También se agrega la curva punteada (rojo) que resulta de considerar el cálculo de Canales Acoplados (más adelante se explica con detalle en las secciones 4.5.1 y 4.7) para el sistema  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ , en donde el <sup>6</sup>Li se consideró en el estado base y se empleó el modelo vibracional para el <sup>58</sup>Ni (estados 2<sup>+</sup>, 1.454 MeV y 3<sup>-</sup>, 4.475 MeV), la cual representa una aproximación teórica de lo que se esperaría que ocurriera en la fusión del sistema  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ .



Fig. 4.3: Función de excitación de fusión obtenida para  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni y$  la respectiva sección eficaz total de la reacción. La curva discontinua (negro) representa el cálculo de la Sección eficaz de fusión, que se obtuvo al usar los parámetros de la barrera del sistema  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$  en la fórmula de Wong. La curva sólida corresponde al cálculo del modelo óptico(OM) con SPOMC. La curva discontinua(rojo)se obtuvo mediante el cálculo de Canales Acoplados (CC) para este mismo sistema.

# 4.2. Análisis de fusión incompleta (ICF)

Las secciones eficaces de fusión, reportadas en la sección 4.1, consideran que la fusión completa (CF) es el único mecanismo responsable de la producción de los protones evaporados. En esta sección se considera la posibilidad de que algunos de los protones evaporados, que son detectados por los telescopios, sean producidos por el proceso de fusión incompleta (ICF). La fusión incompleta se puede entender como un proceso de dos etapas. En la primera etapa el proyectil de <sup>6</sup>Li se rompe, en dos o varios fragmentos, antes de que se fusione con el blanco de níquel. Y en la segunda etapa sólo uno de los fragmentos se fusiona con el blanco de níquel. Por otra parte, en el proceso de fusión completa (CF), el proyectil también se puede romper pero todos los fragmentos se fusionan con el blanco de níquel, o bien, se puede tener el caso en el que el proyectil, como tal (sin rompimiento) se fusiona con el blanco. El <sup>6</sup>Li es un proyectil estable débilmente ligado y se puede fragmentar o trasferir nucleones. La estructura cúmulos predominante es  $\alpha$ d, con una energía de separación de S = 1.47 MeV. Como primer caso se tiene que el <sup>6</sup>Li se rompa en  $\alpha + d$  (<sup>6</sup>Li  $\rightarrow \alpha + d$ ) o

### CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

 $(\alpha + p + n)$  y que entonces la  $\alpha$  se fusione con el <sup>58</sup>Ni  $(\alpha + {}^{58}Ni)$  o bien, que el d se fusione con el <sup>58</sup>Ni  $(d + {}^{5}Ni)$  con Q = 3.36 MeV y Q = 11.25 MeV respectivamente. Como segundo caso se tiene una posible transferencia de n o p es decir <sup>58</sup>Ni  $({}^{6}Li, {}^{5}Li [{}^{5}Li \rightarrow \alpha + p] {}^{59}Ni$  y <sup>58</sup>Ni  $({}^{6}Li, {}^{5}He [{}^{5}He \rightarrow \alpha + n] {}^{59}Cu$  con Q = 3.33 MeV y Q = -1.17 MeV respectivamente. La consideración que se tomó en cuenta para el análisis de la posible fusión incompleta (ICF), contempla que la sección eficaz de fusión total  $(\sigma_T)$  está dada por la contribución tanto del proceso de fusión completa como del de fusión incompleta,

$$\sigma_T = \sigma_{CF} + \sigma_{ICF} \tag{4.1}$$

La energía de los fragmentos de rompimiento se determina a partir de la energía efectiva de fusión del <sup>6</sup>Li, a través de la siguiente relación:

$$E_{fus}^{x} = \frac{m_{x} \left(m_{p} + m_{t}\right)}{m_{p} \left(m_{x} + m_{t}\right)} \left(E_{fus}^{p} - S_{x}\right)$$
(4.2)

Donde x es el fragmento de rompimiento ( $\alpha$ , d),  $m_{x,p,t}$  es la masa atómica del fragmento de rompimiento (x), del proyectil (p) y del blanco (t).  $S_x$  es la energía de separación y  $E_{fus}^{x,p}$ es la energía promedio de fusión del fragmento de rompimiento (x) y del proyectil (p). Para una determinada energía, usando el modelo de núcleo compuesto, se investigan los posibles efectos de estos mecanismos en los valores de  $\sigma_{fus}$  experimentales, para diferentes valores de la razón  $\eta = \frac{ICF}{CF+ICF}$ . Dichos efectos también dependen del factor  $r(E) = \frac{Mp(ICF)}{Mp(CF)}$ , que representa la razón de las multiplicidades protónicas de los procesos de fusión ICF y CF para una determinada energía, dadas por el código PACE2.

# 4.3. Posible fusión incompleta (ICF) ${}^{4}\text{He} + {}^{58}\text{Ni}$

La Tabla 4.2 muestra las energía efectiva de fusión para <sup>6</sup>Li y la respectiva multiplicidad protónica, obtenida con el código PACE2. En la columna 3 se tiene la energía efectiva de fusión para el fragmento de rompimiento, <sup>4</sup>He, que se determina por la ecuación 4.2. Posteriormente, utilizando la energía efectiva de fusión del <sup>4</sup>He se determinaron las multiplicidades protónicas del sistema <sup>4</sup>He + <sup>58</sup>Ni (con el código PACE2), como se muestra en la columna 4. En la última columna, se muestra la razón de las multiplicidades protónicas r(E), es decir, la razón entre los valores de las columnas 4 y 2.

En la Fig. 4.4 se muestra dicha razón r(E) en función de la energía. En caso de que r(E)

Tabla 4.2: Energía efectiva de fusión del <sup>6</sup>Li empleada para calcular la correspondiente energía del fragmento de rompimiento <sup>4</sup>He. Valores de Mp de cada sistema (<sup>6</sup>Li + <sup>58</sup>Ni y <sup>4</sup>He + <sup>58</sup>Ni) y la razón r(E).

$E_{fus}[\text{MeV}]$	Mp	$E_{fus}[\text{MeV}]$	Mp	r(E)
10.03	1.34	5.88	0.990	0.676
10.89	1.34	6.48	0.977	0.660
12.17	1.34	7.36	0.921	0.628
12.86	1.32	7.83	0.877	0.603
13.16	1.31	8.04	0.859	0.593
14.05	1.30	8.66	0.835	0.585

= 1 para todas las energías, entonces los valores de  $\sigma_{fus}$  reportados corresponderían a la fusión total (TF = CF + ICF). En la Fig. 4.4 se puede observar que las predicciones hechas por el código PACE2 indican que r(E) es una función decreciente de la energía, con valores en la región 0.72  $\geq$  r(E)  $\geq$  0.60.



Fig. 4.4: Razón r (E) de las multiplicidades protónicas Mp, del fragmento de rompimiento <sup>4</sup>He y del <sup>6</sup>Li, en función de la energía.

En la Fig. 4.5 se muestra la  $\sigma_{fus}$  experimental reportada en este trabajo así como la  $\sigma_R$  reportada en 2009 y también se muestran las secciones eficaces de fusión total (para distintos valores de  $\eta$ ), que incluyen tanto el proceso de fusión completa como incompleta y que reflejan las correcciones que se tendrían que considerar en  $\sigma_{fus}$  experimental. Un

### CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

valor de  $\eta = 0.3$  tendría un efecto despreciable en  $\sigma_{fus}$ , para todos los valores de  $E_{fus}$ , siempre y cuando la sección eficaz de fusión se relacione con la fusión total. Por otra parte, considerando incluso un valor de  $\eta = 0.5$ , el cambio en las secciones eficaces de fusión sería mínimo, ya que los valores estarían dentro de las barras de error reportadas para las  $\sigma_{fus}$ .



Fig. 4.5: Sección eficaz de fusión experimental, sección eficaz total de la reacción, reportada en [6] y secciones eficaces de fusión total para diferentes valores posibles de  $\eta$ .

# 4.4. Posible fusión incompleta (ICF) ${}^{2}H + {}^{58}Ni$

La Tabla 4.3 muestra la energía efectiva de fusión para el <sup>6</sup>Li y la respectiva multiplicidad protónica, determinada con el código PACE2. En la columna 3 se tiene la energía efectiva de fusión para el fragmento de rompimiento, <sup>2</sup>H, determinada a partir de la ecuación 4.2. Posteriormente, utilizando la energía efectiva de fusión del <sup>2</sup>H se determinaron las multiplicidades protónicas del sistema <sup>2</sup>H + <sup>58</sup>Ni (con el código PACE2). En la última columna, se muestra la razón de las multiplicidades protónicas r(E), es decir, la razón entre los valores de las columnas 4 y 2.

En la Fig. 4.6 se muestra dicha razón r(E) en función de la energía. En caso de que r(E) = 1 para todas las energías, entonces los valores de  $\sigma_{fus}$  reportados corresponderían a la fusión total (TF = CF + ICF). En la Fig. 4.6 se puede observar que las predicciones

Tabla 4.3: Energía efectiva de fusión del <sup>6</sup>Li empleada para calcular la correspondiente energía del fragmento de rompimiento <sup>2</sup>H. Valores de Mp de cada sistema (<sup>6</sup>Li+<sup>58</sup>Ni y <sup>2</sup>H + <sup>58</sup>Ni) y la razón r(E).

$E_{fus}[\text{MeV}]$	Mp	$E_{fus}[\text{MeV}]$	Mp	r(E)
10.03	1.464	3.04	1.027	0.70
10.89	1.480	3.34	1.064	0.71
12.17	1.466	3.80	1.096	0.74
12.86	1.452	4.05	1.110	0.76
13.16	1.447	4.15	1.118	0.77
14.05	1.426	4.47	1.132	0.79

hechas por el código PACE2 indican que r(E) es una función creciente de la energía, con valores en la región  $0.74 \le r(E) \le 0.82$ .



Fig. 4.6: Razón r (E) de las multiplicidades protónicas Mp, del fragmento de rompimiento <sup>2</sup>He y del <sup>6</sup>Li, en función de la energía.

En la Fig. 4.7 se muestra la  $\sigma_{fus}$  experimental reportada en este trabajo así como la  $\sigma_R$  reportada en 2009 y también se muestran las secciones eficaces de fusión total (para varios valores de  $\eta$ ), que incluyen tanto el proceso de fusión completa como incompleta y que reflejan las correcciones que se tendrían que considerar en  $\sigma_{fus}$  experimental. Al igual que en el caso de <sup>4</sup>He + <sup>58</sup>Ni, al considerar diferentes valores de  $\eta$ ), se obtienen secciones eficaces de fusión dentro de las barras de error de la sección total de la reacción.



Fig. 4.7: Sección eficaz de fusión experimental, sección eficaz total de la reacción, reportada en [6] y secciones eficaces de fusión total para diferentes valores posibles de  $\eta$ .

En las figuras 4.5 y 4.7 se observa una baja sensibilidad de la sección total de fusión a cambios en la fracción  $\eta$ . De hecho, las curvas correspondientes a todos los valores asumidos para  $\eta$  son consistentes con las secciones experimentales de reacción. Es posible entonces que se tengan contribuciones de hasta 50 % de fusión incompleta en los datos. El presente experimento no puede distinguir estas contribuciones.

# 4.5. Cálculos teóricos para el sistema <sup>6</sup>Li+<sup>58</sup>Ni

En esta sección, se presentan los resultados de los cálculos de canales acoplados (CC) y canales acoplados con el continuo discretizado(CDCC), que se obtuvieron para el sistema  ${}^{6}\text{Li}+{}^{58}\text{Ni}$ , utilizando el código FRESCO.

## 4.5.1. Cálculos de Canales Acoplados (CC) para el sistema <sup>6</sup>Li+<sup>58</sup>Ni

Se realizaron cálculos de dispersión elástica pura y de canales acoplados (CC) para <sup>6</sup>Li+<sup>58</sup>Ni usando los códigos SPOMC y FRESCO. Se consideraron las cinco energías experimentales

de la Ref.[6]. Se usó el potencial de São Paulo para la parte real V, mientras que para la parte imaginaria se utilizó  $W = N_I \times V$ , donde  $N_I$  se obtuvo de [6].

Para estudiar el efecto de las excitaciones inelásticas sobre la dispersión elástica se consideró el modelo vibracional para <sup>58</sup>Ni (estados 2<sup>+</sup>, 1.454 MeV y 3<sup>-</sup>, 4.475 MeV). De [50] se usó  $B(E2:0^+ \rightarrow 2^+) = 0.695 \times 10^4 e^2b^2$  y  $\beta = 0.1828$ . Para el estado 3<sup>-</sup> se usó  $B(EJ: 0 \rightarrow 3^-) = 1.91 \times 10^4 e^2 fm^6$ [51] y  $\beta$ =0.17[52]. El <sup>6</sup>Li se consideró en el estado base (1<sup>+</sup>). Estos valores se emplearon para incorporar los parámetros de deformación nuclear y coulombiana en el código FRESCO, para el caso de los canales inelásticos. En la Fig. 4.8 se presentan las distribuciones angulares obtenidas antes de considerar los acoplamientos (Líneas continuas) y después de considerarlos (líneas discontinuas). Se observa un efecto despreciable de los acoplamientos.



Fig. 4.8: Distribuciones angulares de dispersión elástica de  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ , sin (líneas continuas) y con (líneas discontinuas) acoplamiento a canales inelásticos.

## 4.5.2. Cálculos de Canales Acoplados con el Continuo Discretizado (CDCC) para <sup>6</sup>Li+<sup>58</sup>Ni

Se realizaron cálculos de rompimiento ("breakup"- bu), fusión y dispersión elástica de <sup>6</sup>Li en <sup>58</sup>Ni mediante el formalismo de canales acoplados con el continuo discretizado (CDCC), utilizando el código FRESCO. En la Tabla 4.4, se muestran los potenciales empleados en

los cálculos de CDCC del sistema  ${}^{6}\text{Li} + {}^{58}\text{Ni}$ , en el código se adicionaron los tres estados resonantes (3<sup>+</sup> a 2.186 MeV, 2<sup>+</sup> a 4.310 MeV y 1<sup>+</sup> a 5.65 MeV) de  ${}^{6}\text{Li}$ . Como punto de partida, los parámetros del potencial óptico (PO) para el canal  ${}^{4}\text{He} + {}^{58}\text{Ni}$  se tomaron de [39], mientras que para  ${}^{2}\text{H} + {}^{58}\text{Ni}$ , los parámetros del PO se tomaron de la compilación fenomenológica publicada por Perey y Perey [40]. Para  $\alpha$  + d en el estado base, se usó un potencial Woods-Saxon con  $V_0$  = 78.46 MeV,  $r_0$  = 1.15 fm, and a = 0.7 fm [39].

Tabla 4.4: Parámetros de los potenciales ópticos para los canales involucrados en el cálculo CDCC del sistema  ${}^{6}\text{Li} + {}^{58}\text{Ni}$ , para Elab = 14.0 MeV.

Canal	$V_0[{\rm MeV}]$	$r_0  [\mathrm{fm}]$	$a_0  [\mathrm{fm}]$	$W \; [MeV]$	$r_w$ [fm]	$a_w$ [fm]	$r_C[{\rm MeV}]$
$^{4}\text{He} + ^{58}\text{Ni}$	183.0	0.70	0.56	60.60	1.00	0.56	1.0
$^{2}H + {}^{58}Ni$	107.0	0.78	0.80	3.70	1.00	0.62	0.8

Se obtuvieron las predicciones CDCC de las distribuciones angulares de dispersión elástica para el sistema  ${}^{6}$ Li +  ${}^{58}$ Ni las cuales se muestran en la Fig. 4.9.



Fig. 4.9: Predicciones CDCC (curvas) de las distribuciones angulares de dispersión elástica para el sistema  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni$ , considerando tanto el mecanismo elástico como el de rompimiento, en comparación con los datos experimentales reportados por [6].

En la Fig. 4.10, se muestra nuevamente la función de excitación de fusión del sistema  ${}^{6}$ Li +  ${}^{58}$ Ni (círculos), la cual se obtuvo empleando el código PACE2 y se reporta en la

### CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

sección 4.2. En cuadros se muestran los datos experimentales de la sección eficaz total de la reacción  $\sigma_R$  del mismo sistema, reportados en [6]. También se muestra la sección eficaz de rompimiento  $\sigma_{bu}$ (rombo), dada por la diferencia entre  $\sigma_R$  y  $\sigma_{fus}$ , para  $E_{lab} = 14$  MeV. Las líneas punteadas representan los cálculos de CDCC, obtenidos con el código FRESCO.



Fig. 4.10: Secciones eficaces de fusión y reacción experimentales (símbolos) del sistema  ${}^{6}Li + {}^{58}Ni y$  los valores teóricos (líneas) calculados con el código FRESCO

# 4.6. Resultados experimentales y teóricos para el sistema ${}^{10}C + {}^{58}Ni$

Debido al interés que se tiene por llevar a cabo el experimento de fusión del sistema  $^{10}$ C +  $^{58}$ Ni se analizaron los datos experimentales de la segunda estancia y en esta sección se presentan los resultados que se obtuvieron. En la Fig. 3.7 se pueden observar los principales componentes del haz secundario; partiendo de esto se hizo una estimación de los espectros de protones de evaporación que llegarían a un detector centrado en  $135^{\circ}$ . Dichos espectros, correspondientes a cada componente del haz, se estimaron usando el código PACE2, mientras que los protones retro dispersados se generaron con el código SIMNRA [49]. Los resultados se muestran en la Fig. 4.11, en donde se hizo una normalización respecto al espectro obtenido de PACE2 para  $^{10}$ C +  $^{58}$ Ni, usando  $10^6$  eventos de fusión, tomando en

cuenta el número relativo de partículas en cada componente del haz (Ver Fig. 4.11). En cuanto a la notación usada, ésta puede ilustrarse con el caso de <sup>12</sup>N: el número de partículas de <sup>12</sup>N es una fracción de 0.037 con respecto a <sup>10</sup>C, estas partículas se impactan en el blanco con una energía de 37.6 MeV y los protones evaporados del sistema fusionado <sup>12</sup>N + <sup>58</sup>Ni son 3.96 % de aquellos producidos por <sup>10</sup>C.



Fig. 4.11: Protones evaporados y protones elásticos producidos a  $\theta \sim 135^{\circ}$ , por los diferentes haces contaminantes, incidiendo sobre un blanco de <sup>58</sup>Ni.

La contribución total de los protones provenientes de fusión con haces contaminantes y/o de los protones retro dispersados (caso de haz de protones) es 22.93% con respecto a aquellos producidos por  ${}^{10}$ C (para  $135^{\circ}$ ).

#### 4.6.1. Energías y producción de protones

Considerando que se requiere medir la función de excitación de fusión del sistema <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni alrededor de la barrera coulombiana ( $V_C = 24.7$  MeV, Elab ~ 29 MeV), de los experimentos de octubre de 2014, para un haz primario de <sup>10</sup>B<sup>5+</sup> con una corriente de ~100 nA, se tiene aproximadamente 2 x 10<sup>4</sup> <sup>10</sup>C/s. Para esta corriente, el número de protones de evaporación que llegan al detector en un segundo es Nd =  $4.16 \times 10^{-5}$  protones/s. Tomando en cuenta los valores anteriores se hizo la Tabla 4.5, para estimar el número de protones que se pueden detectar, así como también el número de días requerido para contar con una

producción eficiente de protones. Los parámetros empleados para el cálculo BPM (Valores de la Sección eficaz de fusión - Wong) del sistema <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni se determinaron mediante el uso del Potencial de São Paulo (SPP), dando una altura de la barrera de Coulomb de  $V_b$  = 24.65 MeV, un radio de  $R_b$  = 9.04 fm y una anchura de  $\hbar \omega$  = 4.01 MeV. Los valores de  $\sigma_{fus}$  se usaron en el código PACE2 para calcular la sección eficaz diferencial de protones  $d\sigma/d\Omega$  (135 °).

Tabla 4.5: Número estimado de protones que se pueden detectar (considerando que se usará un colimador de 18 mm, a una distancia de 17.5 cm al centro del blanco), a una corriente de 100 nA para el haz primario de  ${}^{10}B^{5+}$  y un blanco de 0.725 mg/cm<sup>2</sup> de  ${}^{58}Ni$ .

$E_{lab}[MeV]$	$\sigma_{fus}$ Wong	$d\sigma/d\Omega(135^{\circ})$	p/día	p/día	#días
	[mb]	[mb/sr]	$(1 \det)$	(4  det)	requeridos
31.2	191.94	33.3	3.6	14.4	4
30	106.8	18.3	1.97	7.9	6
29	50.2	8.5	0.92	3.7	9
28	18.0	3.0	0.32	1.3	15

## 4.6.2. Dispersión elástica del sistema ${}^{10}C + {}^{58}Ni$

En el experimento que se llevo a cabo para medir la dispersión elástica del sistema <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni, se usó adicionalmente un blanco de <sup>197</sup>Au, con el propósito de calibrar los ángulos sólidos. En la Tabla 4.6 se presentan la sección eficaz de dispersión elástica ( $\sigma_{el}$ ) para el sistema <sup>10</sup>C + <sup>197</sup>Au, obtenida a la energía efectiva de la reacción E = 30.04 MeV.

Tabla 4.6: Sección eficaz de dispersión elástica, para el sistema  ${}^{10}\text{C} + {}^{197}\text{Au}$ .

Detector [°]	$\sigma_{el} \; [\mathrm{mb}]$	$\operatorname{error}[\operatorname{MeV}]$
A (90)	165.50	9.5
E(30)	10310.87	121.0
F(45)	1713.02	46.8
G(75)	273.24	20.5

En la Fig. 4.12 se muestran la sección eficaz elástica del sistema  ${}^{10}C + {}^{197}Au$ , la curva se obtuvo mediante el programa de cómputo Rutherford.



Fig. 4.12: Sección eficaz elástica del sistema  ${}^{10}C + {}^{197}Au$  para E = 30.04 MeV.

En la Tabla 4.7 se presentan la sección eficaz de dispersión elástica ( $\sigma_{el}$ ) para el sistema  ${}^{10}\text{C} + {}^{58}\text{Ni}$ , obtenida a la energía efectiva de la reacción E = 30.04 MeV.

Detector $[^{\circ}]$	$\sigma_{el} \; [mb]$	$\operatorname{error}[\operatorname{MeV}]$
A (90)	35.06	7.07
E(30)	10311.47	75.20
F(45)	1587.92	29.51
G(75)	235.18	11.35

Tabla 4.7: Sección eficaz de dispersión elástica, para el sistema  ${}^{10}\text{C} + {}^{58}\text{Ni}$ .

En la Fig. 4.13 se puede ver la gráfica de la sección eficaz de dispersión elástica ( $\sigma_{el}$ ) para el sistema <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni, además de la sección eficaz teórica, que se calculó con el programa Rutherford. El punto experimental que se tiene en 90° se normalizó con el valor que se obtuvo al considerar que se tiene dispersión de Rutherford en el sistema <sup>10</sup>C + <sup>197</sup>Au para el mismo ángulo. Es decir el valor de  $\sigma_{el}$  a 90° que se tiene en la Tabla 4.7, fue renormalizada por un factor de 1.37. En la Fig. 4.14 se muestra la sección eficaz elástica normalizada a Rutherford del sistema <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni. La curva se obtuvo empleando el potencial de São Paulo (SPP) para la parte real y para la parte imaginaria se utilizó un potencial (Woods-Saxon) de corto alcance, con parámetros:  $W_0 = 50$  MeV,  $r_{i0} = 1.0$  fm y  $a_i = 0.8$  fm.


Fig. 4.13: Sección eficaz elástica del sistema  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ . La curva corresponde al cálculo de dispersión elástica que se realizó con el programa Rutherford.

## 4.7. Cálculos teóricos de dispersión elástica del sistema ${}^{10}C + {}^{58}Ni$

En esta sección se reportan los resultados que se obtuvieron de los cálculos de dispersión elástica pura y de canales acoplados para el sistema  ${}^{10}\text{C} + {}^{58}\text{Ni}$ , usando los códigos SPOMC (solo para dispersión elástica pura) y FRESCO. Se usó el potencial de São Paulo (SPP) para la parte real y para la parte imaginaria se utilizó un potencial (Woods-Saxon) de corto alcance, con parámetros:  $W_0 = 50 \text{ MeV}$ ,  $r_{i0} = 1.0 \text{ fm}$ ,  $a_i = 0.1 \text{ fm}$ . Este último potencial, que describe absorción dentro de la barrera, permitirá posteriormente estimar secciones eficaces de fusión.

En un primer paso, se efectuaron cálculos de dispersión elástica pura, sin incluir acoplamientos. Se usó el código FRESCO pero, con el fin de asegurar un manejo apropiado de este complejo programa, se hicieron los mismos cálculos con el código SPOMC, empleando parámetros similares. Los resultados para cuatro energías arriba de la barrera coulombiana se muestran en la Fig. 4.15, donde puede verse que se obtienen resultados consistentes con ambos códigos.

En el segundo paso, para estudiar el efecto de las excitaciones inelásticas sobre la dispersión



Fig. 4.14: Sección eficaz elástica normalizada a la sección eficaz de Rutherford del sistema  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ . La curva se obtuvo con el código SPOMC.

elástica se consideró el modelo rotacional para el <sup>10</sup>C(estado 2<sup>+</sup>, 3.353 MeV) y para <sup>58</sup>Ni el modelo vibracional (estados 2<sup>+</sup>, 1.454 MeV y 3<sup>-</sup>, 4.475 MeV). De [50] B(E2:0<sup>+</sup>  $\rightarrow$  2<sup>+</sup>) = 0.0064 e<sup>2</sup>b<sup>2</sup> para <sup>10</sup>C y  $\beta$  = 0.83; para <sup>58</sup>Ni B(E2:0<sup>+</sup>  $\rightarrow$  2<sup>+</sup>) = 0.695 × 10<sup>4</sup> e<sup>2</sup>b<sup>2</sup> y  $\beta$ = 0.1828. Para el estado 3<sup>-</sup> se usó B(EJ: 0  $\rightarrow$  3<sup>-</sup>) = 1.91 × 10<sup>4</sup> e<sup>2</sup>fm<sup>6</sup> [51] y  $\beta$ =0.17 [52]. Estos valores se emplearon para incorporar los parámetros de deformación nuclear y coulombiana en el código FRESCO, para el caso del acoplamiento a canales inelásticos. En la Fig. 4.16 se presentan las distribuciones angulares de dispersión elástica del sistema <sup>10</sup>C + <sup>58</sup>Ni, para cuatro energías arriba de la barrera coulombiana, en esta figura se muestran las distribuciones que se obtuvieron antes de considerar los acoplamientos (símbolos) y después de considerarlos (líneas). Se puede ver que el acoplamiento con los canales inelásticos conduce a un fuerte efecto de absorción para  $\theta_{c.m.} > 90^{\circ}$ .



Fig. 4.15: Distribuciones angulares de dispersión elástica para  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ . (puntos): usando el código fresco; (líneas continuas): usando el código SPOMC.



Fig. 4.16: Distribuciones angulares de dispersión elástica de  ${}^{10}C + {}^{58}Ni$ , sin (puntos) y con (líneas continuas) acoplamiento a canales inelásticos.

## Capítulo 5

## Conclusiones

La función de excitación de fusión para el sistema de  ${}^{6}\text{Li}+{}^{58}\text{Ni}$  se obtuvo midiendo los protones de evaporación. La comparación de estos resultados con los datos anteriores para las secciones eficaces totales de reacción [6] muestra que a bajas energías, por debajo de la barrera de Coulomb, la fusión es el mecanismo de reacción dominante. Las estimaciones sobre los posibles efectos de la ICF muestran que, siempre y cuando se considera la sección experimental de fusión ( $\sigma_{fus}$ ) como la fusión total (TF), ICF tendría un efecto insignificante en los  $\sigma_{fus}$  reportados. Se presentan los resultados de las distribuciones angulares para dispersión elástica del sistema  ${}^{6}\text{Li} + {}^{58}\text{Ni}$ , considerando el efecto del acoplamiento a canales inelásticos, se puede apreciar que el efecto del acoplamiento sobre la dispersión elastica es mínimo. Se presentan los cálculos de CDCC, que se obtuvieron empleando el código FRESCO. Estos cálculos reproducen los datos experimentales de las distribuciones angulares de dispersión elástica.

Los resultados experimentales obtenidos para la sección eficaz de dispersión elástica de los sistemas  ${}^{10}\text{C} + {}^{197}\text{Au} \text{ y} {}^{10}\text{C} + {}^{58}\text{Ni}$  son congruentes con los obtenidos mediante el programa de computo Rutherford, excepto por el punto medido a 90° en el caso del sistema más ligero. El objetivo de colocar un blanco de  ${}^{197}\text{Au}$  fue para verificar que la dispersión elástica sigue la tendencia bien conocida en este caso (Rutherford) y en base a esto determinar de manera confiable la probabilidad de que se produzcan otro tipo de interacciones nucleares en el caso del blanco de  ${}^{58}\text{Ni}$ . En cuanto a las distribuciones angulares para dispersión elástica.

## Bibliografía

- T. L. Belyaeva y Pérez-Torres Roxana, *Estados exóticos de núcleos ligeros*, Bol. Soc. Méx. Fís. 24-3, p. 159(2010).
- [2] B. Jonson, Light dripline nuclei, Phys. Rep. 389, 1-59(2004).
- [3] L. F. Canto, P.R.S Gomes, R. and Donangelo y M. S. Hussein, Fusion and breakup of weakly bound nuclei, Phys. Rep.424, 1-111 (2006).
- [4] N. Keeley, R.Raabe, N. Alamanos y J. L.Sida, Fusion and direct reactions of halo nuclei at energies around the Coulomb barrier, Prog. Part. Nucl, Phys.59, p.579-630 (2007).
- [5] N. Keeley, N. Alamanos, K. Kemper y K. Rusek, *Elastic scattering and reactions of light exotic beams*, Prog. Part. Nucl, Phys. 69, p. 396-447(2009).
- [6] E. F. Aguilera, E. Martinez-Quiroz, D. Lizcano, A. Gómez-Camacho, J. J. Kolata, L. O. Lamm, V. Guimarães, R. Lichtenthler, O. Camargo, F. D. Becchetti, H. Jiang, P. A. De-Young, P. J. Mears y T. L Belyaeva, *Reaction cross sections for* <sup>8</sup>B, <sup>7</sup>Be, and <sup>6</sup>Li + <sup>58</sup>Ni near the Coulomb barrier: Proton-halo effects, Phys. Rev. C 79, 021601(R),(2009).
- [7] T. L. Belyaeva, E. F. Aguilera, E. Martinez-Quiroz, A. M. Moro y J. J. Kolata, Astrophysical S17(0) factor extraction from breakup of <sup>8</sup>B on <sup>58</sup>Ni at energies near the Coulomb barrier, Phys. Rev. C 80, 064617,(2009).
- [8] E. F. Aguilera, P. Amador-Valenzuela, E. Martinez-Quiroz, D. Lizcano, P. Rosales, H. García-Martínez, A. Gómez-Camacho, J. J. Kolata, A. Roberts, L. O. Lamm, G. Rogachev, V. Guimãraes, F. D. Becchetti, A. Villano, M. Ojaruega, M. Febbraro, Y. Chen, H. Jiang, P. A. DeYoung, G. F. Peaslee, C. Guess, U. Khadka, J. Brown, J. D. Hinnefeld, L. Acosta, E. S. Rossi Jr, J. F. P. Huiza y T. L. Belyaeva, *Near-Barrier Fusion of the* <sup>8</sup>B + <sup>58</sup>Ni Proton-Halo System, Phys. Rev. Lett. 107, 092701,(2011).

- [9] A. Pakou, E. Stiliaris, D. Pierroutsakou, N. Alamanos, A. Boiano, C. Boiano, D. Filipescu, T. Glodariu, J. Grebosz, A. Guglielmetti, M. La Commara, M. Mazzocco, C. Parascandolo, K. Rusek, A. M. Sánchez-Benítez, C. Signorini, O. Sgouros, F. Soramel, V. Soukeras, E. Strano, L. Stroe, N. Toniolo, D. Torresi, and K. Zerva, *Fusion cross sections of* <sup>8</sup>B + <sup>28</sup>Si at near-barrier energies, Phys. Rev. C 87, 014619 (2013).
- [10] E. F. Aguilera, P. Amador-Valenzuela, E. Martinez-Quiroz, J. Fernández-Arnáiz, J. J. Kolata, and V. Guimarães, *Above-barrier fusion enhancement of proton-halo systems*, Phys. Rev. C 93, 034613 (2016).
- [11] E. F. Aguilera et al, Near-barrier fusion of proton- and neutron-halo systems, Journal of Physics: Conference Series. 730, 012002 (2016).
- [12] J. J. Kolata, V. Guimarães and E. F. Aguilera, *Elastic scattering, fusion, and breakup of light exotic nuclei*, Eur. Phys. J. A 52, 123 (2016).
- [13] E. F. Aguilera, E.Martinez-Quiroz, P. Amador-Valenzuela, A. Gómez-Camacho y J. J.Kolata, *Near-barrier fusion of proton rich systems*, Journal of Physics: Conference Series. 492, 012002 (2014).
- [14] R. C. Barrett and D. F. Jackson, Nuclear Sizes and Structure, Clarendon, Oxford (1977).
- [15] J. A. Wheeler, Molecular viewpoints in nuclear structure, Phys. Rev. 52, 1083 (1937).
- [16] A. Csoto, Three-body resonances in <sup>6</sup>He, <sup>6</sup>Li and <sup>6</sup>Be, and the soft dipole mode problem of neutron halo nuclei, Phys. Rev. C 49, 3035,(1994).
- [17] A. Csoto, R. G. Lovas, Dynamical microscopic three-cluster description of <sup>6</sup>Li, Phys. Rev. C 46, 576,(1992).
- [18] N. Curtis, N. L. Ahouri, N. I. Ashwood, H. G. Bohlen, W. N. Catford, N. M. Clarke, M. Freer, P. J. Haigh, B. Laurent, N. A. Orr, N. P. Patterson, N. Soic, J. S. Thomas, V. Ziman, *Struture of the Brunnian Nuleus* <sup>10</sup>C, Journal of Physics: Conference Series. 111, 012022,(2008).
- [19] E. Martinez-Quiroz, E. F. Aguilera, D. Lizcano, P. Amador-Valenzuela, H. Garcia-Martinez, J. J. Kolata, A. Roberts, L. O. Lamm, G. Rogachev, V. Guimaraes, P. A. DeYoung y G. F. Peaslee, *Near- And Sub-barrier Fusion Of The* <sup>7</sup>*Be* + <sup>58</sup>*Ni System*, Phys. Rev. C 90, 014616,(2014).

- [20] L. F. Canto, P. R. S. Gomes, J. Lubian, L. C. Chamon y E. Crema, *Disentangling static and dynamic effects of low breakup threshold in fusion reactions*, J. Phys. G 36, 015109 (2009).
- [21] L. F. Canto, P.R.S. Gomes, J. Lubian, L. C. Chamon y E. Crema, Dynamic effects of breakup on fusion reactions of weakly bound nuclei, Nucl. Phys. A 821, 51-71 (2009).
- [22] P. R. S. Gomes, J. Lubian, and L. F. Canto, Breakup effects in fusion reactions of stable weakly bound nuclei and light targets, Phys. Rev. C 79, 027606 (2009).
- [23] I. J. Thompson, F. M. Nunes, Nuclear Reactions for astrophysics, Principles, Calculation and Applications of Low-energy Reactions, Ed. Cambridge University Press (2009).
- [24] Kenneth S. Krane, Introductory Nuclear Physics, Ed. Wiley, 3 edición (1987).
- [25] Zhang Gao-Long, Liu Hao and Le Xiao-Yun, Nucleon-nucleon interactions in the double folding model for fusion reactions, Chin. Phys. B. 18 1 (2009).
- [26] N. Tsoulfanidis, Measurement and Detection of Radiation, 2nd ed. Taylor Francis, (1995).
- [27] E. Crema, L. C. Chamon, and P. R. S. Gomes, *Reliable potential for studying fusion of weakly bound nuclei*, Phys. Rev. C 72, 034610 (2005).
- [28] M. A. G. Alvarez, L. C. Chamon, M. S. Hussein, D. Pereira, L. R. Gasques, E. S. Rossi Jr., C. P. Silva, A parameter-free optical potential for the heavy-ion elastic scattering proces, Nucl. Phys. A 723, 93-103 (2003).
- [29] C. A. Bertulani, Nuclear Physics in a Nutshell, Princeton University Press (2007).
- [30] F. M. Nunes, *Continuum-Discretised Couple Channels Methods*, http://www.scholarpedia.org.
- [31] J. A. Lay et al, Memorias de la XXXII Reunión Bienal de la Real Sociedad Espade Física, p. 475.
- [32] I. J. Thompson, Fresco, Comput. Phys. Rep. 7, 3 (1988).
- [33] R. F. Simões, D.S Monteiro, L.K Ono, A.M Jacob, J.M.B Shorto, N Added, E Crema, Strong coupled-channel effects in the barrier distributions of <sup>16</sup>, <sup>18</sup>O + <sup>58</sup>Ni, Phys. Lett. B527, 187 (2002).

- [34] J. M. B. Shorto, E. Crema, R. F. Simões, D. S. Monteiro, J. F. P. Huiza, N. Added, and P. R. S. Gomes, *Effects of the target spin on the reaction mechanism of the* <sup>16</sup>O + <sup>63</sup>Cu system, Phys. Rev. C 78, 064610 (2008).
- [35] D.L. Hill and J.A. Wheeler, Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena, Phys. Rev. 89, 1102 (1953).
- [36] C.Y. Wong, Interaction Barrier in Charged-Particle Nuclear Reactions, Phys. Rev. Lett. 31, 766 (1973).
- [37] M. Y. Lee, F. D. Becchetti, T. W. O'Donnell, D. A. Roberts, J. A. Zimmerman, V. Guimãraes, J. J. Kolata, D. Peterson, P. Santi, P. A. DeYoung, G. F. Peaslee, and J. D. Hinnefeld, Study of Nuclear Reactions with Intense, High-Purity, Low-Energy Radioactive Ion Beams Using a Versatile Multi-Configuration Dual Superconducting-Solenoid System, Nucl. Instrum. Methods Phys Res., Sect. A 422, 536-540(1999).
- [38] F. D. Becchetti, M. Y. Lee, T. W. O'Donnell, J. J. Kolata, *The TwinSol low-energy radioactive nuclear beam apparatus: status and recent results*, Nucl. Instrum. Methods Phys Res., Sect. A 505, 377-380 (2003).
- [39] H. Nishioka, J. A. Tostevin, R. C. Johnson y K.I. Kubo, Projectile excitation and structure effects in <sup>6</sup>Li and <sup>7</sup>Li scattering, Nuclear Phys. A415 230-270 (1984).
- [40] C. M. Perey, F. G. Perey, Compilation of phenomenological optical-model parameters, Atomic Data and Nuclear Data Tables 17, 1-101 (1976).
- [41] W. T. Milner, UPAK Users Manual, Oak Ridge National Laboratory, USA (2001).
- [42] D. Lizcano, Tesis Doctoral Modos de Transferencia y Rompimiento del Núcleo con Halo Neutrónico 6He sobre 209Bi cerca de la Barrera de Coulomb, Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma del Estado de México (2003)
- [43] J. Benlliure, The Euroschool lectures on physics with exotic beams, editado por J. Al-Khalili y E. Roeckl (Springer, Berlin Heidelberg), Vol. II, Lect. Notes Phys. 700, 223 (2006).
- [44] M. Wang, G. Audi, A. H. Wapstra, F. G. Kondev, M. MacCormick, X. Xu y B. Pfeiffer, *The AME2012 atomic mass evaluation*, Chinese Phys. C 36(12), 1603-2014 (2012).
- [45] J. R. Huizenga e G. Igo, Theoretical reaction cross sections for alpha particles with an optical model, Nucl. Phys. 29, 462-473 (1962).

- [46] R. G. Stokstad, *Treatise on heavy-ion science*,editado por Bromley D.A. (Plenum Press, New York), Vol. 3, 83 (1985).
- [47] E. F. Aguilera, J. J. Kolata, E. Martinez-Quiroz, P. Amador-Valenzuela, D. Lizcano, A. Gómez-Camacho y A. Garcia-Flores, *Evaporation protons from the low-energy fusion of* <sup>6</sup>Li + <sup>58</sup>Ni, Journal of Physics: Conference Series 639, 012001 (2015).
- [48] L. C. Chamon, SPOMC Computational Code, publicación interna del Departamento de Física Nuclear del Instituto de Física de la Universidad de Sao Paulo, (2006).
- [49] M. Mayer, SIMNRA users guide, Tech. Rep. IPP 9/113, Max Planck-Institut fr Plasmaphysik, Garching (1997).
- [50] S. Raman, C. W. Nestor y P. Tikkanen, Transition probability from the ground to the first-excited 2+ state of even-even nuclides, At. Data Nucl. Data Tables 78 1 (2001).
- [51] N. Keeley, J. S. Lilley y J. A. Christley, Effective polarization potentials as a tool for probing near-barrier reaction mechanisms, Nucl. Phys. A 603(1), 97-116 (1996).
- [52] M. R. Bhat, *Nuclear Data Sheets for A = 58*, Nuclear Data Sheets 80, 789-894 (1997).